Didaktik in heterogenen Lerngruppen – dargestellt am Thema „Brüche“ als Bereich der Mathematik

Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung,

dem

Landesprüfungsamt für Erste Staatsprüfungen für Lehrämter an Schulen

vorgelegt von:

Jonathan Plaßmann

Universität zu Köln, den 09. November 2010

Gutachterin: Prof.’in Dr. Kerstin Ziemen

Universität zu Köln

Humanwissenschaftliche Fakultät

Department Heilpädagogik und Rehabilitation

Arbeitsbereich Pädagogik und Didaktik

bei Menschen mit geistiger Behinderung

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 3

2. Ausgangslage 5

2.1 Was meint Heterogenität? Inwiefern und in welchem Maße hat es das deutsche Schulsystem mit Heterogenität zu tun? 5

2.2 Umgang mit Heterogenität im deutschen Schulsystem 7

2.2.1 (Versuche der) Homogenisierung durch Selektion 7

2.2.2 Heterogenität als Normalzustand – Integration und Inklusion 11

2.3 Vorstellungen und Theorien zu Didaktik und Unterricht in heterogenen Lerngruppen 15

2.3.1 Merkmale des Unterrichts in heterogenen Lerngruppen 16

2.3.2 Integrative Didaktik als Neukonzeption von Didaktik 20

2.3.2.1 „Allgemeine Pädagogik“ und „entwicklungslogische Didaktik“ (Georg Feuser) 20

2.3.2.2 „Gemeinsame Lernsituationen“ (Hans Wocken) 25

2.3.2.3 „Triangulation theoretischer Sichtweisen über integrativ wirksame Momente im Gemeinsamen Unterricht“ (Reinhard Markowetz) 27

2.4 Zwischenfazit 30

3. Skizze zur Behandlung des Themas „Brüche“ im Unterricht einer heterogenen Lerngruppe 35

3.1 Sachstrukturanalyse 37

3.1.1 Struktur des Inhalts 37

3.1.1.1 „Brüche“ als Thema der Mathematik 37

3.1.1.2 „Brüche“ als Thema anderer Wissenschaften 47

3.1.2 Gegenwartsbedeutung 49

3.1.3 Zukunftsbedeutung 50

3.1.4 Objektseitige Bestimmung des „Gemeinsamen Gegenstandes“ 52

3.2 „Brüche“ als Thema des Schulunterrichts 53
3.2.1 Verortung in den Lehrplänen 53
3.2.2 Zentrale Aussagen der modernen Bruchrechendidaktik 56

3.3 „Vermittlung“ von Objekt- und Subjektseite 57
3.3.1 Subjektseitige Bestimmung des „Gemeinsamen Gegenstandes“ 57
3.3.1.1 „Wahrnehmungstätigkeit“ 58
3.3.1.2 „Manipulierende Tätigkeit“ 58
3.3.1.3 „Gegenständliche Tätigkeit“ 59
3.3.1.4 „Spiel“ 59
3.3.1.5 „Lernen“: Schulalter 60
3.3.1.6 „Lernen“: Frühes Jugendalter 61
3.3.1.7 „Arbeit“ 62
3.3.2 Handlungsmöglichkeiten mit dem „Gemeinsamen Gegenstand“ 63
3.3.2.1 Kuchen backen 64
3.3.2.2 Plätzchen backen 67
3.3.2.3 Stoffbeutel basteln 69
3.3.2.4 „Tannenbäume“ bauen 72
3.3.2.5 Perlenketten basteln 75
3.3.2.6 Weitere Ansätze 77

3.4 Unterrichtliche Realisierung 79

3.5 Zusammenfassende Darstellung anhand des „Baum-Modells“ 83

3.6 Kritische Reflexion 85

4. Fazit 89

5. Literaturverzeichnis 91

6. Abbildungsverzeichnis 97

Anhang 98

1. Einleitung

„Wir müssen die Schüler dort abholen, wo sie stehen!“

Dieser in vielen Vorlesungen und Seminaren gehörte Satz erreichte in den ersten Semestern meines Studiums des Lehramts für Sonderpädagogik unter uns Studenten unerwartete Popularität. Dies lag wohl zum einen daran, dass uns die Richtigkeit der Aussage unmittelbar einleuchtete. Wo sonst sollten wir mit unserem Unterricht ansetzen, wenn nicht an den Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler[1]? Dieser einfache Ausspruch klang wie eine „Zauberformel“ für guten Unterricht, deren Richtigkeit kaum anzuzweifeln war – zumal wir größtenteils motiviert waren, Schule und Unterricht besser zu gestalten, als wir es von vielen unserer eigenen Lehrer kannten.

Zum anderen wurde der oben zitierte Satz oft auch scherzhaft gebraucht. Vielleicht gerade ob seiner Einfachheit, erschien er uns manchmal wie ein Lippenbekenntnis einiger Dozenten zur eigenen Fortschrittlichkeit, ohne konkret mit Inhalt gefüllt zu werden. Dies umso mehr, als er eigentlich die Struktur des Studiums, in dem wir ihn hörten, karikierte. Wenn guter Unterricht an den Fähigkeiten jedes Schülers ansetzen sollte, warum unterschieden wir dann zwischen Regel- und Sonderpädagogik? Ein Unterricht, der den Fähigkeiten jedes Schülers gerecht werden könnte, wäre ja nicht angewiesen auf die Aufteilung der Schüler auf Haupt- oder Realschule, Gymnasium oder Förderschule, beziehungsweise auf Erweiterungs- oder Grundkurse, sondern könnte alle Kinder willkommen heißen!

Ziel dieser Arbeit ist der Versuch, einen solchen Unterricht zu skizzieren – einen Unterricht, der die Heterogenität seiner Schüler anerkennt, und in dem Schüler mit verschiedensten Voraussetzungen, Fähigkeiten und Bedürfnissen miteinander lernen können.

Dazu soll zunächst erläutert werden, inwiefern die Schule beziehungsweise das deutsche Schulsystem mit Heterogenität konfrontiert ist. Sodann werden die zwei grundlegenden Vorstellungen zum schulischen Umgang mit dieser „Verschiedenheit [nicht nur] der Köpfe“ (Herbart, zit. nach Wenning 2007) zusammengefasst: Einerseits die Bestrebungen, durch Selektion der Schüler weitgehende Homogenität zu erreichen, sowie andererseits die Anerkennung ihrer Heterogenität in einem integrativen beziehungsweise inklusiven Schulsystem. Davon ausgehend sollen bestehende Konzepte zum Unterricht in heterogenen Lerngruppen erläutert werden.

[1] Im Folgenden wird der Einfachheit halber die maskuline Form (Schüler; Lehrer, u.a.) benutzt, sofern eine ausdrückliche Erwähnung beider Geschlechter nicht inhaltlich bedeutsam ist. Weibliche Personen schließt dies stets mit ein.

Nach einem Zwischenfazit im Sinne einer kritischen Bewertung dieser didaktischen Theorien wird dann versucht, angesichts der skizzierten Ausgangslage ein Konzept zu entwerfen, wie das Thema „Brüche“ im Unterricht einer heterogenen Lerngruppe behandelt werden kann. Dazu wird zunächst der Lerngegenstand „Brüche“ aus fachwissenschaftlicher und fachdidaktischer Sicht analysiert. Im Anschluss wird erörtert, wie die damit beschriebene Objektseite und die Subjektseite des Unterrichts, die Schüler, miteinander vermittelt werden können; kurz: Es werden Möglichkeiten skizziert, das Thema „Brüche“ Schülern auf verschiedensten Entwicklungsniveaus erfassbar zu machen. Dieser Unterrichtsentwurf beziehungsweise die gesamte Arbeit läuft allerdings meines Erachtens Gefahr, in Bezug auf das oben erwähnte „Lippenbekenntnis“ der individuellen Förderung ebenfalls nur eine Art vollmundiges theoretisches Versprechen abzugeben, ohne die praktische Realisierbarkeit tatsächlich nachweisen zu können. Daher erfolgt nach einer zusammenfassenden Darstellung des Unterrichts eine kritische Reflexion, insbesondere im Hinblick auf die Möglichkeit der praktischen Umsetzung. Auch im abschließenden Fazit wird sich noch die Frage stellen, inwieweit eine solche hier skizzierte Pädagogik auch dauerhaft praktisch umgesetzt werden kann.

Somit erhebt die vorliegende Arbeit nicht den Anspruch, ein fertiges Konzept zur Behandlung des Themas „Brüche“ in einer beliebigen Klasse zu liefern. Vielmehr sollen vielfältige Möglichkeiten aufgezeigt werden, den möglichen Fähigkeiten und Bedürfnissen von Schülern gerecht zu werden, die individuell an die jeweilige Lerngruppe angepasst werden müssen.

Vielleicht kann diese Arbeit damit Beispiele geben, wie alle Schüler einer Lerngruppe „dort abgeholt werden können, wo sie stehen“, um sich gemeinsam dem Thema „Brüche“ zu nähern, ohne dabei jemanden auszuschließen.

2. Ausgangslage

2.1 Was meint Heterogenität? Inwiefern und in welchem Maße hat es das deutsche Schulsystem mit Heterogenität zu tun?

Der Begriff „Heterogenität“ geht in seiner Wortbedeutung zurück auf das griechische „héteros“ (anders, verschieden), sowie „génos“ (Klasse, Geschlecht, Art) (vgl. Kluge 1989) und kann in etymologischer Hinsicht mit „verschiedene Geburt“ (Wenning 2007, S.23) übersetzt werden. Der Duden erklärt „heterogen“ mit „anders geartet, ungleichartig, fremdstoffig“ (Duden 2004, S.465). Wenning (2007) führt aus, dass Heterogenität „einen Zustand“ (ebd., S.23) beschreibt: Für ein „als Maßstab angelegte[s] Kriterium wird [beim Vergleich verschiedener Dinge] Ungleichheit festgestellt“ (ebd., S.23). Entsprechend definiert er Homogenität als „Ergebnis des Vergleichs von Dingen bezogen auf ein Kriterium, wobei festgestellt wird, dass diese gleich sind“ (ebd., S.23). Bedeutsam ist in diesem Zusammenhang, dass die Zuschreibung von Gleichheit oder Ungleichheit bestimmter Dinge immer die Vergleichbarkeit dieser Dinge voraussetzt (vgl. ebd., S.23). Demnach „kann [es] keine Heterogenität ohne Homogenität geben“ (ebd., S.23). Zudem sind nach Wenning sowohl Heterogenität als auch Homogenität keine absoluten, sondern „zugeschriebene Eigenschaften“ (ebd., S.23), die also „nur bezogen auf den Beobachter und die von ihm angestellte Operation“ (ebd., S.23) vorliegen. Des Weiteren sind beide Begriffe nicht als statisch, sondern als „zeitlich begrenzt gültige Zustandsbeschreibungen“ (ebd., S.23) aufzufassen, die folglich Veränderungen unterliegen können. Somit sind Heterogenität und Homogenität zunächst wertneutrale Begriffe, die erst „vor dem Hintergrund bestimmter Interessen“ (ebd., S.24) zugeschrieben werden, und so in ihrer Wahrnehmung und Bewertung von Maßstäben des Kontextes abhängig sind (vgl. ebd., S.24).

In Bezug auf das Schulsystem und seine Maßstäbe „deutet Heterogenität an, dass eine Lerngruppe nicht (mehr) als Gruppe mit gleichen Voraussetzungen und gleichen Bedingungen gesehen wird“ (ebd., S.53). Vielmehr wird konstatiert, „dass sich in jeder Lerngruppe unterschiedliche Kinder befinden“ (Hinz 1993, S.6).

Hinz (1993) beschreibt sieben „Dimensionen“, auf die sich die Unterschiedlichkeit der Schüler beziehen kann, und die für ihn bedeutsam sind:

- die kognitive Leistungsfähigkeit,
- die Emotionalität,
- psycho-soziale Fähigkeiten,

- das Alter,
- das Geschlecht,
- die sprachlich-kulturelle Herkunft,
- die soziale Schicht (vgl. Hinz 1993, S.6).

Wenning (2007) führt im Wesentlichen vergleichbare Kategorien an, ergänzt werden soll hier lediglich die Kategorie

- „Gesundheits- und körperbezogene Heterogenität“ (Wenning 2007, S.26),

welche insbesondere mit Blick auf die schulische Situation von Kindern und Jugendlichen mit Förderbedarf im Bereich der körperlichen und motorischen Entwicklung bedeutsam erscheint.

Über das Ausmaß, in dem das Schulsystem mit Heterogenität in den verschiedenen Kategorien konfrontiert wird, geben Statistiken Auskunft:

Von insgesamt ca. 8.040.000 Schülerinnen und Schülern der Klassen 1-10 im Schuljahr 2008/2009…

- waren 48,64 % weiblich und 51,36 % männlich (vgl. Statistisches Bundesamt 2010),
- wurde bei ca. 6 % „sonderpädagogischer Förderbedarf“ diagnostiziert, davon bei ca.
    - 2,62 % im Förderschwerpunkt Lernen,
    - 0,39 % im Förderschwerpunkt körperliche und motorische Entwicklung,
    - 0,69 % im Förderschwerpunkt emotionale und soziale Entwicklung,
    - 0,19 % im Förderschwerpunkt Hören,
    - 0,96 % im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung[2]

    (vgl. Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland[3] 2010, S.12,14),
- hatten 29,53 % einen Migrationshintergrund und 70,47 % nicht (vgl. Autorengruppe Bildungsberichterstattung 2010, S.253),
- war die „Familienbezugsperson“ (ebd., S.253) bei
    - 12,86 % nicht erwerbstätig,
    - 28,39 % Arbeiter
    - 5,12 % Beamter, Richter, Soldat, Wehrdienstleistender,

[2] Inwiefern die Zuschreibung eines „besonderen Förderbedarfs“ im Sinne des AO-SF-Verfahrens tatsächlich eine Aussage über die kognitive Leistungsfähigkeit oder emotionale und psychosoziale Fähigkeiten der Schüler in Bezug auf die beschriebenen Kategorien von Heterogenität zu treffen erlaubt, sei hier nicht weiter erörtert, aber zumindest stark infrage gestellt.

[3] Im Folgenden kurz: KMK.

- 39,67 % Angestellter,
- 13,52 % Selbstständiger (vgl. Autorengruppe Bildungsberichterstattung 2010, S.253).

Somit müssen sich die Bildungsinstitutionen mit einer nicht negierbaren Heterogenität ihrer Schülerschaft bezüglich vieler verschiedener Kriterien auseinandersetzen. Laut Wenning bildet diese „auf allen relevanten Ebenen für die Institution[en] ein Problem“ (Wenning 2007, S.27), da Institutionen gemeinhin „von Annahmen über Prozesse und Ergebnisse aus[gehen], die homogenisierend auf die in die Institution aufgenommenen Personen wirken“ (ebd., S.26). Für die Bildungsinstitutionen insgesamt, wie auch für den konkreten Unterricht, ist Heterogenität also eine „Herausforderung“ (Hinz 1993, S.6), der es angemessen zu begegnen gilt. Wie dies geschieht und geschehen kann, soll im folgenden Kapitel beleuchtet werden.

2.2 Umgang mit Heterogenität im deutschen Schulsystem

Die Frage des Umgangs mit der Heterogenität der Schüler gewinnt in letzter Zeit infolge der Debatten um die deutschen Ergebnisse in internationalen Vergleichsstudien wie „PISA“ verstärkt an Aufmerksamkeit in der bildungspolitischen und pädagogischen Diskussion (vgl. Wenning 2007, S.22). Jedoch ist die Verschiedenheit der Schüler kein neues Phänomen, sondern war schon im 18. Jahrhundert Thema pädagogischer Überlegungen, etwa bei Ernst Christian Trapp (vgl. Boller et al. 2007, S.12; Wenning 2007, S.21) oder Reformpädagogen wie Peter Petersen (vgl. Wenning 2007, S.22). Im Folgenden sollen die zwei grundlegenden Richtungen im Umgang mit Heterogenität auf der Makro-Ebene des Schulsystems und (daraus folgend) auf der Meso-Ebene des Unterrichts skizziert werden. Besonderes Augenmerk wird dabei, dem Schwerpunkt dieser Arbeit folgend, auf die schulische Situation von Menschen mit Behinderung gelegt.

2.2.1 (Versuche der) Homogenisierung durch Selektion

Von seinen Anfängen bis in die Gegenwart ist das deutsche Schulsystem maßgeblich von Versuchen geprägt, die Heterogenität seiner Schüler durch vielfältige Maßnahmen zu reduzieren, um weitgehende (vor allem leistungsbezogene) Homogenität zu erreichen. Schon der Verfasser der „ersten

Allgemeinen Pädagogik“, J.F. Herbart, sah in der „Verschiedenheit der Köpfe“ (Herbart, zit. nach Wenning 2007) das zentrale Problem von Unterricht und Schule.
Über die konkreten Faktoren, die letztlich zur Entstehung des gegliederten Schulsystems in Deutschland geführt haben, divergieren die Meinungen. Von Saldern zufolge ist dieses System „historisch entstanden und wurde – soweit bekannt – niemals pädagogisch begründet“ (von Saldern 2007, S.43). Boller et al. sehen dagegen die pädagogische „paradigmatische(n) Idealvorstellung einer homogenen Gruppe, die ohne störende Einflüsse von innen und von außen im Lernen vorwärts kommen soll“ (Boller et al. 2007, S.12) als grundlegend für das deutsche Schulsystem an. Iben (2002, S.70) und auch Münch (2001, S.9) sowie Feuser (1989, S.9) verweisen zudem auf gesellschaftspolitische (soziale und ökonomische) Faktoren, die Selektion und Segregation, insbesondere von Menschen mit Behinderungen, in deutschen Schulen forderten und förderten. Tillmann und Feuser betonen außerdem das Motiv, Schulen und Lerngruppen „von besonderen Problemfällen zu entlasten und damit dort das Lernen zu effektivieren“ (Tillmann 2004, S.8), mithin „störenden Sand aus dem Bildungsgetriebe zu nehmen“ (Feuser 1989, S.9).
Sichtbarster Ausdruck dieser Tendenzen auf der Ebene des Schulsystems ist die Trennung von Förderschul- und Regelschulsystem. Mit zunehmender Etablierung der allgemeinen Schulpflicht in Deutschland im 19. Jahrhundert entwickelten sich auch die Anfänge des heutigen deutschen „Förderschul“-Wesens. Grund dafür war einerseits ein Bemühen „zum Ausgleich biologisch und medizinisch fassbarer Einschränkungen“ (Münch 2001, S.8) etwa gehörloser oder blinder Schüler, denen die Aufnahme in die allgemeinen Schulen versagt war. „Historisch und aktuell eine weitaus größere Gruppe“ (ebd., S.9), nämlich vornehmlich die Schüler, denen heute ein „Förderbedarf im Förderschwerpunkt Lernen“ zugeschrieben wird, betreffend, entstanden die damaligen „Hilfsschulen“ jedoch vor allem als Reaktion auf das Scheitern vieler Kinder und Jugendlicher an den Ansprüchen der allgemeinen Volksschule, deren Schülerschaft (noch) sehr heterogen zusammengesetzt war. Indem das Scheitern dieser Schüler hauptsächlich an ihrer Persönlichkeit festgemacht wurde, anstatt auch mögliche „Unzulänglichkeit[en] des Schulsystems“ (ebd., S.9) zu berücksichtigen, ging man dazu über, diese Schüler in „Hilfsschulklassen“ und später „Hilfsschulen“ zu segregieren. Damit wurde der auch aktuell weitaus größte und weltweit fast einzigartige Zweig der Förderschulen für den Förderschwerpunkt Lernen begründet. In der Fortsetzung dieser gesonderten

Förderung „nicht ‚normal' entwicklungs- und lernfähige[r] Kinder" (Münch 2001, S.9), denen ihre Beeinträchtigungen als festes Persönlichkeitsmerkmal zugeschrieben wurden (vgl. Feuser 1989, S.12), bildete sich das aktuell bestehende Förderschulsystem mit seinen sieben Förderschwerpunkten und zwei weiteren Kategorien („Kranke" und „Förderschwerpunkt übergreifend/ohne Zuordnung") (vgl. KMK 2010, S.IX) heraus. Maßgeblich für die Herausdifferenzierung dieser Einzelkategorien war die Annahme, es sei „pädagogisch am erfolgversprechendsten, die nicht ‚normal' entwicklungs- und lernfähigen Kinder jeweils entsprechend ihrer dominanten Auffälligkeiten und Defekte verschiedenen Kategorien (Behinderungsarten) und Institutionen (Sonderschulformen) zuzuordnen und die Förderung entsprechend dieser Kategorien möglichst weitgehend zu differenzieren" (Münch 2001, S.10; vgl. auch Feuser 1989, S.10), also vermeintlich homogene Lerngruppen zu schaffen. Heute können Kinder, die „wegen einer körperlichen, seelischen oder geistigen Behinderung oder wegen des erheblich beeinträchtigten Lernvermögens nicht am Unterricht einer allgemeinen Schule (…) teilnehmen" (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen[4] 2009, S.2) können, bereits vor oder während ihrer Grundschulzeit einem „Verfahren zur Feststellung des sonderpädagogischen Förderbedarfs" unterzogen werden. Diesem „Förderbedarf" kann laut Gesetzgebung in Nordrhein-Westfalen an Förderschulen, mittlerweile jedoch auch an allgemeinen Schulen entsprochen werden (vgl. ebd., S.1). Der überwiegende Teil (ca. 82%) der Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf in Deutschland wurde im Schuljahr 2008/2009 allerdings weiterhin an separierten Förderschulen unterrichtet (vgl. KMK 2010, S.12,14). Weiterhin findet auch innerhalb des Förderschulsystems Selektion statt, etwa, wenn Schüler von der Förderschule für den Förderschwerpunkt Lernen zu der für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung wechseln (müssen).

Auch im „Regel"-Schulwesen verstärkten sich die Tendenzen zur Selektion und Hierarchisierung bis zum gegenwärtigen Stand des gegliederten Schulsystems in Deutschland. Richtungweisend war auch dabei das Bild eines „Normalschülers" (Eberwein & Knauer 2002, S.23) als Maßstab für die vielfältigen Versuche, vornehmlich leistungsbezogene Homogenität herzustellen.

Diese Angleichungsversuche beginnen aktuell bereits mit der Einschulung; von Saldern (2007, S.43) berichtet von 12 Prozent einschulungswilliger Schüler, die vorerst vom Schulbesuch „zurückgestellt" wurden. Mit Schuleintritt greift sodann in

[4] Im Folgenden kurz: MfSW NRW.

aller Regel das Prinzip der Jahrgangsklasse, mit dem unter der Annahme, „Lebensalter und Leistungsstatus würden stark zusammenhängen“ (von Saldern 2007, S.45), versucht wird, leistungshomogene Lerngruppen zu schaffen. Wenngleich dieses Prinzip mittlerweile durch Konzepte wie die so genannte „flexible Schuleingangsphase“ in Nordrhein-Westfalen oder den reformpädagogischen Ansatz der „altersgemischten Klassen“ etwas aufgeweicht wird, sieht von Saldern darin einen „der maßgeblichen Faktoren in der Frage des Umgangs mit Heterogenität“ (von Saldern 2007, S.45). Prinzipiell besteht damit bereits in der Grundschule das Risiko des „Sitzenbleibens“, wenn die Leistungen nicht der Norm zur Versetzung in die nächst höhere Klasse entsprechen. Im Schuljahr 2008/2009 betraf dies insgesamt 2,2% aller Schüler der Klassen 1-13 (vgl. Autorengruppe Bildungsberichterstattung 2010, S.248). Ein besonders einschneidender und gegenwärtig stark umkämpfter Selektionspunkt ist die institutionalisierte Aufteilung der Schüler nach der vierten Klasse. Unter der Annahme, die Leistungsfähigkeit sei „bei neun- bis zehnjährigen Kindern erkennbar und prognostizierbar“, bleibe „über acht bis neun Jahre stabil“ und sei „über alle Fächer hinweg gleich verteilt“ (von Saldern 2007, S.43), findet nach der vierten Klasse die Zuweisung zur Haupt-, Real-, oder Gesamtschule oder zum Gymnasium statt als „Versuch, der individuellen Vielfalt an Lernvoraussetzungen und Lernmöglichkeiten gerecht zu werden“ (Feuser 2002, S.281).

Feuser resümiert, das deutsche Schulsystem bestehe „im Prinzip nur [aus] Schulen für x-mal ausgelesene Schüler“, so dass „die Pädagogik dieser Schulformen (…) folglich jeweils eine ‚Sonderpädagogik’ “ sei (Feuser 1989, S.3). Und obwohl ein Großteil der Schüler „intensiver Personenselektion“ (von Saldern 2007, S.44) mit dem vorrangigen Ziel der Leistungshomogenisierung unterzogen wird, konstatiert von Saldern, „dass wir es in Deutschland trotz aller Homogenisierungsversuche (…) mit leistungsheterogenen Schulklassen zu tun haben“ (von Saldern 2007, S.44). Unter der Oberfläche dieser offiziellen Selektierung nach (vermeintlicher) Leistungsfähigkeit wurde zudem, etwa durch die PISA-Studien, nachgewiesen, dass die Aufteilung der Schüler auf verschiedene Schulformen, insbesondere nach der Grundschulzeit, in vielen Fällen eher eine „massive Sortierung nach sozialer Herkunft“ (Tillmann 2004, S.8) darstellt (vgl. auch Kottmann 2004, S.170).

Wie auf der Meso-Ebene des Unterrichts mit der Heterogenität der Schüler umgegangen wird, kann hier weder vollständig noch einheitlich beschrieben, sondern lediglich angerissen werden. Stroot konstatiert, für viele Lehrkräfte scheine

„ ‚Heterogenität' eher ‚Differenz' und ‚Defizit' zu implizieren" (Stroot 2007, S.53). Entsprechend lassen sich in der gegenwärtigen Unterrichtspraxis diverse Maßnahmen finden, mit denen versucht wird, die Heterogenität innerhalb einer Lerngruppe zu reduzieren. Vor allem bedient man sich dazu in Fortsetzung der selektierenden Strukturen des Schulsystems verschiedener Formen „äußerer Differenzierung", indem beispielsweise die Klasse in (vermeintlich) leistungsgleiche Kleingruppen oder Fachleistungskurse, oder auch in Jungen- und Mädchengruppen (etwa im Sportunterricht), eingeteilt wird. Auch das Kurssystem der Gesamtschule mit seiner Einteilung z.B. in „Erweiterungs-" und „Grundkurse" folgt diesem Modell der „äußeren Differenzierung", was Feuser zu der Kritik veranlasst, sie habe „die alten Strukturen (…) nur miniaturisiert, aber nicht überwunden" (Feuser 1989, S.8). Ebenfalls im Sinne einer Homogenisierung wirkt der traditionsreiche Frontalunterricht – allerdings nicht durch Angleichung der unterschiedlichen Bedingungen der Schüler durch Selektion, sondern vielmehr durch ihre Gleichbehandlung, größtenteils ungeachtet ihrer unterschiedlichen Bedingungen und Fähigkeiten.

Unter historischem wie aktuellem Blickwinkel zeigt sich also sowohl für das deutsche Schulsystem im Gesamten, als auch für Teile der konkreten Unterrichtsgestaltung, eine Dominanz der Strategie der Homogenisierung angesichts der Heterogenität der Schüler. Gleichwohl ist in Theorie und Praxis eine zunehmende Infragestellung dieser Ausrichtung zu erkennen. Eine Zusammenfassung dieser „Kritik an homogenisierender Praxis und Theorie" findet sich im Anhang; im Hinblick auf das Ziel dieser Arbeit wird es jedoch als wichtiger erachtet, im Folgenden die aus der Kritik resultierende Alternativvorstellung von Schule zu skizzieren. Im Gegensatz zur Strategie der Homogenisierung ist diese gekennzeichnet durch den Anspruch, die Heterogenität der Schüler (nicht nur in Bezug auf die „Köpfe") nicht mehr als Defizit anzusehen, sondern als Bedingung von Unterricht anzuerkennen oder sogar produktiv zu nutzen.

2.2.2 Heterogenität als Normalzustand – Integration und Inklusion

„Es ist normal, verschieden zu sein" (von Weizsäcker 1993). Mit diesem Ausspruch in seiner Rede zur Eröffnung der Tagung der „Bundesarbeitsgemeinschaft Hilfe für

Behinderte“ 1993 hat Richard von Weizsäcker[5] in einfacher und treffender Weise zusammengefasst, was die Vorstellungen der Integrations- und Inklusionsbewegung in fundamentaler Weise von den referierten Grundannahmen des gegenwärtigen Schulsystems unterscheidet. Damit greift der Ansatz der Integration und Inklusion das deutsche Erziehungs- und Bildungssystem „an den Wurzeln“ (Feuser 1989, S.3) an – dies, indem seine Vertreter nicht weniger fordern als die vollständige Abschaffung und Neugestaltung ebendieses Systems. Hier soll versucht werden, die mit dem Ansatz der Integration und Inklusion grundsätzlich verbundene Vorstellung von Schule zu umreißen, ohne bestehende Unterschiede in Argumentationen und Akzentuierungen verschiedener Autoren zu negieren. Letztere betreffen insbesondere die Begriffe „Integration“ und „Inklusion“, die teilweise in verschiedener Weise verwandt werden (vgl. Feuser 1999, S.1). Diesbezüglich wird hier Münch gefolgt, der in Anlehnung an Bürli (1993) „Integration“ als Eingliederung vormals separiert unterrichteter behinderter Schüler ins System der Regelschule fasst und demgegenüber „Inklusion“ versteht als Zustand, in dem keine Eingliederung mehr notwendig ist, da es kein „Drinnen“ und „Draußen“ im Sinne verschiedener Schulformen mehr gibt, sondern nur noch *eine* Schule für alle Kinder (vgl. Münch 2001, S.25). In diesem Sinne wird im Folgenden „Inklusion“ als Ziel der „Integration“ begriffen; gleiches gilt für „integrative“ und „inklusive“ Pädagogik.

Die Formulierung „es ist normal, verschieden zu sein“ stellt damit für die integrative Pädagogik in ganz elementarer Weise Weg und Ziel gleichzeitig dar. Sie geht davon aus, dass jedes Kind unterschiedliche Lebenserfahrungen und Lernvoraussetzungen (vgl. Eberwein & Knauer 2002a, S.11) in die Schule mitbringt, die nicht negiert oder unterdrückt werden können, sondern es erfordern, dass die Pädagogik, ausgehend von der Heterogenität dieser „lebensweltlichen Erfahrungen, die personale Einzigartigkeit jedes Menschen sowie sein Recht auf Individualität“ (ebd., S.12) respektiert und akzeptiert. Entsprechend formulieren Eberwein und Knauer mit Bezug auf die aktuell bestehende schulorganisatorische Kategorie des „sonderpädagogischen Förderbedarfs“, jedes Kind habe „aufgrund seiner Einmaligkeit“ (Eberwein & Knauer 2002b, S.24) einen anderen, individuellen Förderbedarf. Diese Sichtweise impliziert die Unmöglichkeit, Schüler anhand ihrer vermeintlichen Leistungsfähigkeit (etwa aufgrund einer Behinderung) in „normal“ oder „nicht normal entwickelt“ zu kategorisieren und sie entsprechend separierten

[5] Hier soll nicht unterschlagen werden, dass sich dieser Satz schon im Grundsatzprogramm der Bundesvereinigung Lebenshilfe aus dem Jahr 1990 findet.

Lerngruppen zuzuordnen. Vielmehr muss sich die Schule nun „auf die unterschiedlichen Voraussetzungen der Schüler flexibel einstellen“ (Eberwein & Knauer 2002b, S.26) – nicht die Schüler müssen den Strukturen der Schule, sondern die Strukturen der Schule den Schülern angepasst werden. In Fortsetzung dieser Sichtweise gilt die Heterogenität der Schüler nicht als zu reduzierende Belastung, sondern „in jeder Hinsicht (…) als Bereicherung“ (Knauer 2008, S.110).
Wesentlich für das Anliegen der Integration ist zudem eine veränderte Sicht auf Behinderung. Eberwein und Knauer betonen die Relativität von Behinderung bzw. ihre Abhängigkeit vom systemischen Kontext: Sie sei „nur ein Teil der Gesamtpersönlichkeit eines Kindes, die ihrerseits eingebunden ist in verschiedene soziale Systeme“ (Eberwein & Knauer 2002b, S.25). Feuser geht noch weiter: Seinem Verständnis nach ist Behinderung vor allem ein „sozialer Prozess“, in dem sie selbst eine wesentliche Rolle spielt (vgl. Feuser 2002, S.281). Demnach ist beispielsweise eine Lernbehinderung nicht eine diagnostizierbare Eigenschaft eines Menschen (vgl. Kapitel 2.2.1), sondern „Ausdruck jener gesellschaftlichen, ökonomischen und sozialen Prozesse, die auf einen Menschen hin zur Wirkung kommen, der durch soziale und/oder biologisch-organische Beeinträchtigungen gesellschaftlichen Minimalvorstellungen und Erwartungen seiner individuellen Entwicklung, Leistungsfähigkeit und Verwertbarkeit in Produktions- und Konsumtionsprozessen nicht entspricht“ (Feuser 1989, S.17f.). Biologisch-organische Beeinträchtigungen können diesen „Prozess der ‚Be’-Hinderung“ (ebd., S.18) laut Feuser auslösen, er konstituiert sich jedoch erst im sozialen Kontext. In die gleiche Richtung weisen Stimmen von Menschen mit Behinderung selbst, die sich in zunehmendem Maße gegen eine Behandlung als „Objekte“ (Münch 2001, S.13) von Förderung und Normalisierungsbestrebungen wenden, die ihnen von Gesellschaft und (Sonder-) Pädagogik zuteil werden, und ihre Anerkennung als „Subjekte in einem dialogischen Prozess“ (ebd., S.13) fordern.
Entsprechend hat der Begriff der Behinderung im Sinne einer Defektzuweisung an die „behinderte“ Person in der integrativen Sichtweise auch in pädagogischer Hinsicht keine Bedeutung, „zumal er keine pädagogischen Handlungsimplikationen enthält“ (Eberwein & Knauer 2002b, S.23). Vielmehr gilt die Grundannahme, dass „die Grundstrukturen menschlicher Aneignungs-, Entwicklungs- und Lernprozesse“ (Feuser 1989, S.18) von einer „Behinderung“ unabhängig sind und somit jeder Mensch die Fähigkeit zur und das Recht auf Bildung hat. In Erweiterung dieses Grundsatzes sollen Unterricht und Förderung nicht an Defiziten bzw.

Entwicklungsrückständen, sondern an vorhandenen Fähigkeiten und Kompetenzen der Schüler ansetzen (vgl. Feuser 1999, S.7; Hetzner & Podlesch 2002, S.393).

In Zusammenfassung der bisher referierten zwei grundlegenden Bereiche lässt sich die Berücksichtigung und Befriedigung „der ‚individuellen Förderbedarfe' aller als behindert bzw. nichtbehindert geltenden Schüler und Schülerinnen in *einer Schule für alle*" (Feuser 2002, S.281; Hervorhebung im Original) als grundsätzliches Anliegen einer inklusiven Schulvorstellung festhalten. Es wird also nicht negiert, dass verschiedene Schüler verschiedene Voraussetzungen, Fähigkeiten und Bedürfnisse haben; Vielmehr wird dies grundsätzlich für *alle* Schüler angenommen – also für jene, die als hochbegabt gelten, ebenso wie für jene, denen eine Behinderung zugeschrieben wird. Damit erübrigt bzw. verbietet sich eine Trennung in verschiedene Schulformen und auch in Sonder- und Regelpädagogik, da die „grundsätzliche Verantwortung für alle Schüler (…) an die allgemeine Pädagogik" (Münch 2001, S.24) übergeben wird – es gibt nur *eine* Schule bzw. Schulform. Ebenso verbietet es sich, auch nur einen Schüler, etwa aufgrund einer besonders schweren Behinderung, auszuschließen – die Schule ist grundsätzlich offen für *alle* Kinder. Allgemein gefasst werden diese Grundannahmen durch die Formel der „Gleichheit in Vielfalt" (Knauer 2008, S.110 mit Bezug auf Prengel 2002): Alle Kinder sind verschieden, aber eben darin sind sie gleich.

Auf der Ebene der einzelnen Schule bedeutet dies, dass der Unterricht bewusst in Klassen und Lerngruppen stattfindet, „deren Heterogenität nicht nur durch ‚Behinderungen', unterschiedliche Entwicklungsniveaus und Lernausgangslagen der Lernenden bedingt ist, sondern auch durch deren andere Sprache, Religion, Nationalität und Kultur" (Feuser 1999, S.1).

Damit verbunden ist ein gesamtgesellschaftliches Anliegen der Integrationsbewegung: Indem Kinder unterschiedlicher Entwicklungsniveaus, Nationalitäten, soziokultureller Hintergründe, u.a. miteinander spielen, lernen und arbeiten, wird angestrebt, dass „Menschen schon als Kinder lernen, ihre Welt gemeinsam zu erkennen und zu gestalten, und dass darin jeder, sei er nun behindert oder nicht [oder anderer Herkunft, Hautfarbe, u.a.] erfolgreich einen Beitrag leisten kann, der für das Ganze unverzichtbar ist" (Feuser 1989, S.14). Sowohl im Schulsystem wie auch in der Gesellschaft im Allgemeinen wird ein Zustand der Inklusion vormals aus verschiedenen Gründen Separierter, Unterschiedener angestrebt (vgl. dazu das Schaubild in Münch 2001, S.25), so dass es tatsächlich „normal ist, verschieden zu sein".

In Konsequenz aus dem mehr oder weniger radikalen Widerspruch der Ansichten der Integrationsbewegung zum gegenwärtigen Schulsystem kann hier grob der veränderte schulorganisatorische Rahmen umschrieben werden, in dem „eine Schule für alle" realisiert werden soll. So fordert Knauer eine Trennung vom Prinzip der Jahrgangsklassen (vgl. Knauer 2008, S.110; von Saldern 2007, S.45), Feuser postuliert die „Überwindung des Sitzenbleibens" (Feuser 1989, S.14). Auch die Bedeutung des fächerübergreifenden Lernens wird von beiden Autoren betont (vgl. Feuser 1989, S.14; Knauer 2008, S.110). Die Ausstattung der Schulen soll nicht mehr am Bedarf einzelner Schüler festgemacht, sondern von den Schulen individuell bestimmt werden können (vgl. Knauer 2008, S.110). Zudem wird es als notwendig erachtet, dass mindestens zwei Lehrer gleichberechtigt und gemeinsam unterrichten (vgl. Knauer 2008, S.111; Feuser 1989, S.39).
Es bleibt die Frage zu klären, wie ein Unterricht in heterogenen Lerngruppen aussehen kann, der den obigen Ausführungen zufolge einerseits die Verschiedenheit seiner Schüler anerkennt und jeden Schüler entsprechend seiner individuellen Voraussetzungen, Fähigkeiten und Bedürfnisse fördert und andererseits dazu beiträgt, eine Gemeinschaft zu etablieren, in der die gegenseitige Verschiedenheit anerkannt und geschätzt wird.

2.3 Vorstellungen und Theorien zu Didaktik und Unterricht in heterogenen Lerngruppen

Während Grundannahmen und Ziele der Integrationsbewegung vergleichsweise klar benannt sind, gibt es nur wenige Veröffentlichungen, die sich in konkreter Weise mit der Didaktik in heterogenen Lerngruppen bzw. integrativem Unterricht beschäftigen (vgl. Markowetz 2003, S.154; Wocken 1998, S.37). Überhaupt stellt sich die Frage, ob Unterricht in inklusiven Zusammenhängen die Entwicklung und Realisierung einer grundlegend neuen didaktischen Konzeption erfordert, oder ob Inklusionsdidaktik nicht zwangsläufig eine neue sein muss, sondern es vielmehr „eine gute allgemeine Pädagogik" (Hinz 1993, zit. nach Markowetz 2003, S.153) ist, die der „neuen" (und doch alten) Heterogenität der Schüler gerecht werden kann.
Im Sinne eines Überblicks[6] über mögliche Prinzipien des Unterrichts in heterogenen Lerngruppen werden im Folgenden zunächst Ansichten verschiedener Autoren

[6] Obwohl beklagt wird, die Frage der Didaktik sei innerhalb der Integrationsdebatte eher ein randständiges Thema, sind die Veröffentlichungen zum Unterricht in heterogenen

zusammengefasst, denen zwar veränderte Vorstellungen von Didaktik und Unterricht zugrunde liegen, die aber nicht auf einer vollkommen neu konzipierten Didaktik integrativen Unterrichts fußen. Konzepte einer solchen werden im Anschluss vorgestellt.

2.3.1 Merkmale des Unterrichts in heterogenen Lerngruppen

Ein Vergleich verschiedener Aufsätze zum Unterricht in heterogenen Lerngruppen zeigt zunächst, dass **Lernen** überwiegend als eigenaktiver und eigenverantwortlicher Prozess der Schüler gesehen wird (vgl. Knauer 2008, S.127f.; Manske 2002, S.297; Peschel 2001, S.78; Risse 2007, S.118). Knauer (2008, S.132) begründet diese Grundannahme mit Bezug auf einen systemisch-konstruktivistischen Lernbegriff, demzufolge Lernen einen „Prozess der Wirklichkeitskonstruktion durch das Individuum" (Knauer 2008, S.132) darstellt, der sich in dessen Psyche vollzieht. Demnach sind Lernende als autonome Individuen zu betrachten, die von außen lediglich „zur Expansion und zur Entwicklung neuer Optionen" (ebd., S.132) angeregt, nicht aber direkt beeinflusst werden können. Vor diesem Hintergrund könne auch Unterricht nur versuchen, Anreize und Angebote zum Lernen der Schüler zu geben; Eine „Input-Output-Didaktik" (ebd., S.132), mit deren Hilfe der Schüler quasi „programmiert" werden kann, sei nicht möglich.
Entsprechend machen sämtliche Konzepte die Schüler in ihrer **Individualität** zum Ausgangspunkt didaktischer Überlegungen, um ein Lernangebot zu gestalten, dass es jedem Schüler ermöglicht, „Passung zu seiner individuellen Lernausgangs-, Bedürfnis- und Interessenlage herzustellen" (Knauer 2008, S.129f.). Unterricht wird somit zum Prozess, der an den Fähigkeiten und Voraussetzungen der Schüler, nämlich „da (…), wo das Kind selbstständig etwas tun kann" (Hetzner & Podlesch 2002, S.398; vgl. auch Knauer 2008, S.114), ansetzt, und in dem die Schüler lernen, „ihre Erfahrungen zu begreifen" und „zunehmend zum selbstbewussten Handeln in ihrer Lebenssituation befähigt" (Manske 2002, S.298) werden.
Neben dieser Notwendigkeit, im Unterricht der Individualität jedes Schülers gerecht zu werden, steht die Schaffung von **Gemeinsamkeit und Gemeinschaft** im Sinne des Gedankens der Inklusion im Fokus integrativer Didaktik (vgl. Markowetz 2003, S.163; Knauer 2008, S.110). So misst Knauer sozialem Lernen „konstituierende

---

Lerngruppen zu zahlreich und vielgestaltig, als dass dieser Überblick Anspruch auf Vollständigkeit erheben könnte.

Bedeutung für den Unterricht“ (Knauer 2008, S.111) bei und betont die Notwendigkeit, Unterrichtserfahrungen „als überindividuelle, gemeinsame wahrzunehmen“ (ebd., S.130).

Insgesamt lässt sich somit ein Spannungsfeld zwischen Gemeinschaft und Individualität festhalten (vgl. Markowetz 2003, S.163). Die beschriebenen Wege aus diesem „Dilemma“ lassen sich mit den Begriffen der **Differenzierung** und **Individualisierung** fassen. Überwiegend wird diesbezüglich die „innere Differenzierung“ bevorzugt. So fordert etwa Mand (2002) Sozialformen und Handlungsmuster, bei denen die Schüler „auf unterschiedliche Weisen und auf verschiedenen Niveaus“, jedoch „am gleichen Thema arbeiten können“ (Mand 2002, S.366), eine ähnliche Vorstellung der „Individualisierung von Lernanforderungen“ anhand der Vielschichtigkeit von Lerninhalten findet sich bei Maikowski und Podlesch (Maikowski & Podlesch 2002, S.356). Poppe dagegen schlägt vor, innerhalb der Lerngruppe Unterschiede zu machen bezüglich Lernzeit, Lernorten, Aufgaben und Materialien (vgl. Poppe 1998, S.175), vertritt also eher den Ansatz einer Differenzierung von außen. Knauer betont in bewusst offener Form, Arbeits- und Sozialformen müssten den einzelnen Schülern, der Lerngruppe im Gesamten, der Sache, sowie der Situation gerecht werden und schlägt daher eine „variable Unterrichtsorganisation“ vor (vgl. Knauer 2008, S.130f.).

Dies lenkt den Blick auf die konkreten **Unterrichtsformen**, mit denen diese teils doch recht vage formulierten Vorstellungen der inneren und äußeren Differenzierung realisiert werden können und sollen. Alle Autoren stellen diesbezüglich Ansätze in den Vordergrund, die die Eigenaktivität der Schüler fordern und fördern – insbesondere werden reformpädagogische Konzepte genannt, etwa Projektunterricht, Wochenplan- oder Freiarbeit, entdeckendes Lernen und handlungsbezogener Unterricht (vgl. Knauer 2008, S.111; Mand 2002, S.367; Maikowski & Podlesch 2002, S.355). Diesen Konzepten ist allerdings auch gemein, dass der Grad ihrer Offenheit für eigenverantwortliches Arbeiten der Schüler variabel ist (vgl. etwa Feyerer & Prammer 2002, S.83f.), daher fällt die Entscheidung über die Umsetzung von „innerer“ und „äußerer Differenzierung“ nicht „automatisch“ mit der Wahl einer dieser Unterrichtsformen. In konkreterer Form äußern sich hierzu Poppe (1998) und Peschel (2001). Poppe spricht der Lehrkraft im Freiarbeitsunterricht eine Steuerungs- und damit auch Differenzierungsfunktion zu, da die Schüler zum Beispiel Pflichtaufgaben und freiwillige Tätigkeiten verrichten (vgl. Poppe 1998, S.184f). Peschel dagegen beschreibt sehr konkret (s)eine Form von offenem Unterricht, in dem Individualisierung und Differenzierung nicht von außen durch den Lehrer, was er für unmöglich hält (vgl. Peschel 2001, S.84), sondern durch die Schüler selbst realisiert werden. Dies geschieht durch die völlige Übergabe der Verantwortung für den eigenen Lernprozess an die Schüler, die innerhalb eines „stützenden Rahmen[s]" (ebd., S.78) aus Morgen- und Abschlusskreis Inhalte, Methoden, Sozialformen und Zeiteinteilungen ihres Lernens selbst bestimmen. Dabei stehen ihnen „Werkzeuge" und „Informationsmaterial" als Unterstützung zur Verfügung, der Lernprozess ist aber gänzlich „selbstreguliert" (ebd., S.83). Neben solch offenen Formen kann nach Knauer jedoch auch Frontalunterricht seine Berechtigung haben, wenn er „zu den beteiligten Menschen" passe (Knauer 2008, S.131), und Poppe präferiert lehrerzentrierten, lehrgangs-mäßigen Unterricht zur „systematische[n] Wissensvermittlung" (Poppe 1998, S.186). Weitgehend einig sind sich die Autoren in der Betonung der Notwendigkeit von Methodenvielfalt im Unterricht. Insbesondere mit Blick auf Kinder mit Beeinträchtigungen, aber auch generell, wird gefordert, Unterrichtsinhalte über mehr als nur einen Wahrnehmungskanal erfassbar und bearbeitbar zu machen. Es gilt also, vor allem von der Fixierung auf geschriebene und gesprochene Sprache abzuweichen und Unterrichtsinhalte auch über Anschauung und Handlung erfahrbar zu machen (vgl. Hetzner & Podlesch 2002, S.397f.). So soll „größtmögliche Anschlussfähigkeit aller [Schüler] für Kommunikation" (Balgo 2005, zit. nach Knauer 2008, S.136) erreicht werden, um dem oben beschriebenen Bedürfnis nach Gemeinsamkeit nachzukommen. Unklarheit besteht bezüglich sonderpädagogischer Hilfen; diese können nach Maikowski und Podlesch sowohl innerhalb als auch außerhalb des Klassenunterrichts gewährt werden (vgl. Maikowski & Podlesch 2002, S.356; Knauer 2008, S.125f.).

Neben dem fachlichen Lernen setzen sich alle Autoren mit dem **sozialen Lernen** auseinander, das vor dem Hintergrund des Integrationsgedankens besondere Bedeutung für den Unterricht erhält (vgl. Knauer 2008, S.111). Entsprechend soll der sozialen Interaktion im Unterricht Raum gegeben werden, beispielsweise durch Unterrichtsformen wie der Projekt- oder der Freiarbeit, sowie Wahlmöglichkeiten der Schüler bezüglich der Sozialform im offenen Unterricht. Analog zur Öffnung des fachlichen Lernens vertritt vor allem Peschel den Ansatz, auch die Verantwortung für das Sozialverhalten an die Schüler zu delegieren, um in der Gemeinschaft der Schüler eine situationsbezogene und dadurch „natürliche" Selbstregulierung zu fördern, anstatt durch ein normenbasiertes Regelwerk bestimmte Schüler auszugrenzen (vgl. Peschel 2001, S.81). Knauer postuliert die Etablierung eines Klassenrats oder von Gesprächsrunden, um soziale Prozesse und Konflikte zu thematisieren (vgl. Knauer 2008, S.111; Poppe 1998, S.180).

In dem Maße, wie in den bisher dargestellten Überlegungen die Schüler in ihrer Individualität zum „Mittelpunkt allen Denkens, Planens und Handelns“ (Knauer 2008, S.131) gemacht werden, wird auch ein verändertes **Lehrer-Schüler-Verhältnis** als notwendig erachtet. Mand (2002, S.366) und Manske (2002, S.298) fordern, Lehrer müssten die möglicherweise fremden Lebenswelten, die Sprache und das Verhalten ihrer Schüler verstehen lernen, um die pädagogische Arbeit daran ausrichten zu können. Manske spricht von einem „Anerkennungsverhältnis“ (Manske 2002, S.303), in dem der Lehrer versuchen solle, basierend auf einer dialektischen Betrachtung von Schüler- und Lehrer-Verhalten, die Handlungen der Schüler zu „begreifen“ (ebd., S.299) und entsprechend darauf zu reagieren, anstatt störendes Verhalten einfach zu unterdrücken (vgl. ebd., S.298f.). Außerdem sollen außerschulische Lebenswelten und Erfahrungen der Schüler „Eingang und Berücksichtigung im Unterricht“ (Knauer 2008, S.110) finden (vgl. auch Mand 2002, S.366), um allen Kindern eine Lernmöglichkeit zu bieten, indem sie „auf ihrem höchsten Handlungsniveau“ (Manske 2002, S.297) gefordert und nicht unterfordert werden. Gleichzeitig wird die intensive Auseinandersetzung mit und daraus folgende Orientierung an der Lebenswelt der Schüler als wichtig erachtet, um sicherzustellen, dass schulische Anforderungen verstanden werden (vgl. Mand 2002, S.366).

Auch die **Lehrerrolle** hat sich nach Ansicht der Autoren zu verändern. Übereinstimmend wird die Grundlage erfolgreichen Unterrichts in einer integrativen bzw. heterogenen Lerngruppe in der „fast rückhaltlos[en]“ (Peschel 2001, S.74) Akzeptanz der Verschiedenheit der Schüler gesehen (vgl. auch Knauer 2008, S.110; Wischer 2007, S.33), die dazu führt, „die tatsächlichen Lernvoraussetzungen und –interessen der Schüler, die ‚Individuallage der Klasse’, wirklich ernst zu nehmen und zur Grundlage des Unterrichts zu machen“ (Schorch 2003, zit. nach Knauer 2008, S.134). Dies hat zur Folge, dass die Lehrkraft „eigenen Spiel-, Sprach- und Handlungsraum ab[geben muss] zugunsten der Entfaltung der Schülertätigkeit“ (Knauer 2008, S.124) – vor allem bezogen auf das Lernen, aber auch auf soziale Aspekte (s.o.). Ihre Aufgabe ist es nicht mehr, den Schülern die Lerninhalte „beizubringen“, sondern Lernangebote so zu gestalten, dass sie den Schülern eigenaktive Lernprozesse ermöglichen. Als grundlegend dafür wird eine auf die individuelle Förderung ausgerichtete Diagnostik angesehen, die individuelle

Lernmotivation, Lernausgangslagen, Interessen und persönliche Ressourcen der Schüler hinterfragt (vgl. Knauer 2008, S.118). Zudem betont Peschel die Notwendigkeit eines Wissens um Strukturen der Lerninhalte und mögliche Lernwege, um „den ‚Lernern' wirklich zu vertrauen" (Peschel 2001, S.83). Als wichtiger als Hilfe durch den Lehrer wird die Hilfe von Mitschülern erachtet (vgl. Knauer 2008, S.126). Gefordert wird außerdem ein stärkerer Einbezug von Eltern in die schulische Arbeit (vgl. Knauer 2008, S.119; Poppe 1998, S.188).
Somit lässt sich insgesamt eine Vielzahl unterschiedlicher Vorstellungen und Vorschläge zur Ausgestaltung integrativen Unterrichts festhalten, die geeint sind in ihrer starken Betonung des eigenaktiven Charakters von Lernprozessen und dem daraus resultierenden Anspruch, die Schüler in ihrer Individualität mehr oder weniger zum Ausgangspunkt jeglicher Unterrichtsplanung zu machen und ihre Aktivitäten ins Zentrum des Unterrichts zu stellen. Schwierig und oft nur vage geklärt bleibt jedoch die Frage der Realisierung von Individualisierung und Differenzierung auf der einen und gemeinsamem Lernen auf der anderen Seite.

2.3.2 Integrative Didaktik als Neukonzeption von Didaktik

2.3.2.1 „Allgemeine Pädagogik" und „entwicklungslogische Didaktik" (Georg Feuser)

Erstmals 1982 legte der Bremer Integrationspädagoge Georg Feuser einen Entwurf seiner seitdem vielfach weiterentwickelten und in der Fachdiskussion viel beachteten und hoch angesehenen (vgl. Wocken 1998, S.37) integrativen Didaktik vor. Grundlegend dafür ist die kategorische Ablehnung jeglicher Form von Selektion und Separierung, also äußerer Differenzierung. Letzterer bleibt die sonstige Integrationspädagogik und auch die Gesamtschule Feusers Ansicht nach zum Beispiel in der Verordnung „individueller Curricula" verhaftet, weshalb sie „kaum mehr als eine sich an zeitgemäßeren Sichtweisen orientierende Neujustierung sozial segregierender und bildungsinhaltlich reduktionistischer Pädagogik" (Feuser 1995, S.22), mithin „neuer Wein in alten Schläuchen" (Feuser 1989, S.11) sei. Demgegenüber führt Feuser aus, dass Segregation und das Ziel der Integration einander fundamental widersprächen (vgl. Feuser 1989, S.3; S.13f.) und es daher notwendig sei, „von der Wurzel her eine neue, nicht aussondernde humane Pädagogik zu schaffen" (Feuser 1989, S.2), die „ihrer Organisation nach (…) auf ein handelndes Miteinander im Lernen behinderter und nichtbehinderter Kinder (…) unterschiedlichster Entwicklungsniveaus und –bedingungen orientiert ist“ (Feuser 1989, S.17), ohne dabei irgend einen Menschen auszuschließen (vgl. ebd., S.17; Feuser 1999, S.1).

Realisiert werden kann eine solche Pädagogik nach Feusers Ansicht durch die Zugrundlegung der „entwicklungslogischen Didaktik“. Diese entwickelt er ausgehend von einem Verständnis von Lernen und Entwicklung, das auf einem sehr differenzierten und umfangreichen erkenntnistheoretischen „Fundament“ (Feuser 2004, S.144) gründet, welches hier nur stark verkürzt dargestellt werden kann.[7] Wesentlich ist die erkenntnistheoretische Position, dass nicht „die Welt in ihrer dinglichen und geistigen Wirklichkeit einen Menschen erschließt, sondern daß er es ist, der sich diese, in aktiven Austauschprozessen mit ihr, erschließt“ [sic!] (Feuser 1999, S.5f.). Im Rahmen dieser Aneignung als „Selbstorganisationsprozess“ (ebd., S.6) wird das, was „referentiell zur eigenen Biographie ein Informationspotential erzeugt, (…) zu dem, was dem System (subjektiv) Sinn macht“, welcher sich wiederum „in Form von Bedeutungen als Informationsbildung realisiert“ (ebd., S.6). Somit ist die Erkenntnis der Realität stets konstituiert durch den persönlichen Sinn – da, wo er der Welt „auf ihn bezogene(n) Bedeutungen (…) verleiht“ (Feuser 1989, S.33) und sie so hinsichtlich dieser Bedeutungen erschließt, und dort, wo die bereits durch andere Menschen erschlossene Welt „sich dem Menschen bedeutungsmäßig erschließen kann“ (ebd., S.33), wenn sie in Erscheinung tritt in Form von Bedeutungen, die persönliche Sinnbildungsprozesse bestätigen (vgl. ebd., S.33). In Erweiterung von Martin Bubers Aussage, der Mensch werde „am Du zum Ich“ (zit. nach Feuser 2004, S.146), gilt also, dass der Mensch „zu dem Ich wird, dessen Du wir ihm sind“ (Feuser 2004, S.146).

Diese hier stark verkürzt dargestellten Überlegungen implizieren zum einen die Erkenntnis, dass kein beobachtbares Resultat menschlicher Entwicklung „sinnlos“ sein kann, da es immer das Ergebnis der Auseinandersetzung eines Menschen mit der Welt nach Maßgabe der ihm zur Verfügung stehenden Mittel und in Bezug auf seinen subjektiven Sinn darstellt (vgl. Feuser 1989, S.182). Zum anderen wird in Anerkennung dieser Annahmen das lernende Subjekt mit seinen individuellen

[7] Feusers Mahnung, Theorie und Praxis der entwicklungslogischen Didaktik verlangten „die Aneignung der erkenntnistheoretischen Grundlagen der modernen Humanwissenschaften“ (Feuser 1999, S.144), kann hier angesichts der gebotenen Kürze und Konzentration auf das didaktische Problem nicht entsprochen werden; dafür sei verwiesen auf Feuser 1989, 1995, 1999.

Sinnbedürfnissen zum Mittelpunkt jeglicher Entwicklungs- und damit auch Unterrichtsprozesse und deren Planung.
Aufbauend auf diesen Überlegungen entfaltet Feuser das „didaktische Feld“ der „entwicklungslogischen Didaktik“ als primär diagnostischen Ausgangspunkt des Unterrichts, das drei „didaktische Analyseeinheiten“ (Feuser 1995, S.178) enthält. Dies ist zum einen die Analyse der „Sachstruktur“, also der Objektseite des Unterrichts. Dabei ist zu klären, wie der Unterrichtsinhalt, das Projekt oder das Vorhaben in historisch-logischer und wissenschaftsbereichsbezogener Hinsicht aufgebaut ist. Feuser attestiert sämtlichen bis dahin vorliegenden didaktischen Konzepten eine Dominanz dieses „Sachstrukturelle[n], also eine einseitig auf die zu vermittelnden Inhalte bezogene Lern- und Unterrichtsplanung“ (Feuser 1995, S.176). Ausgehend von der oben angerissenen Erkenntnis, dass die Objekte der Welt „sozusagen nur nach Maßgabe ihrer innerpsychischen Repräsentation durch den Menschen ihre bedeutungsmäßige Gestalt gewinnen“ (Feuser 1995, S.176), bezeichnet er diese Fokussierung auf die sachstrukturelle Seite des Unterrichts als „Paradoxon“ (Feuser 1995, S.176). Um dieses aufzulösen, stellt er der Sachstrukturanalyse die „Analyse der Tätigkeitsstruktur eines jeden Kindes und Schülers gleichwertig gegenüber“ (ebd., S.177). In der Tätigkeitsstrukturanalyse ist die momentane Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungskompetenz jedes Schülers zu eruieren, die Feuser mit Bezug auf Wygotski als „aktuelle Zone der Entwicklung“ bezeichnet und vor allem anhand der „Stufen der dominierenden Tätigkeit“ nach Leontjew operationalisiert. Damit gibt die Tätigkeitsstrukturanalyse „eine grobe Orientierung“ (Ziemen 2002, S.135) über die „Art und Weise, wie ein Subjekt sich mit der realen Welt vermittelt“ (Ziemen 2002, S.135). Von dieser „aktuellen Zone der Entwicklung“ und möglichen störenden Randbedingungen ausgehend, kann die einem Schüler voraussichtlich mögliche „Zone der nächsten Entwicklung“ bestimmt werden (vgl. Feuser 1995, S.177) – also die Fähigkeiten und Kenntnisse, die in der Spanne liegen zwischen dem, was der Schüler selbstständig tun kann, und dem, was er sich nur mit Hilfe der Lehr- oder einer anderen Person erarbeiten kann (vgl. Ziemen 2002, S.135; Manske 2004, S.16). Der Analyse der Sachstruktur und der Analyse der Tätigkeitsstruktur stellt Feuser als dritte Dimension des didaktischen Feldes die „Analyse der Handlungsstruktur“ zur Seite. Auch diese ist entwicklungspsychologisch begründet in der Galperinschen Auffassung von Lernen als Prozess der zunehmenden Verinnerlichung in der tätigen Auseinandersetzung mit der Umwelt (vgl. Feuser 1995, S.178). Davon ausgehend gilt es, zu analysieren, auf

welchen Ebenen im Sinne der „Etappen der Ausbildung geistiger Operationen" (Galperin) jeder Schüler der (Lern-) Umwelt handelnd begegnen und sich tätig mit ihr auseinandersetzen kann, und wie diese „wechselseitigen Austausch-beziehungen" (Feuser 1995, S.178) zwischen Kindern und Umwelt gegebenenfalls durch lernstrukturelle und therapeutische Hilfen unterstützt werden können.
In Zusammenfassung dieser drei Dimensionen entwicklungslogischer Didaktik stellt sich dann die „didaktische Frage" (Feuser 1995, S.178) „derart, dass zu beantworten ist, welche inhaltlichen Momente sich einem Kind oder Schüler in der tätigen Auseinandersetzung mit diesen sinnbildend ‚erschließen' (…) und im Sinne der Ausdifferenzierung des ‚inneren Abbildes' ein qualitativ neues und höheres Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungsniveau anbahnen und absichern" (Feuser 2004, S.149) können. Hieran wird deutlich, dass die Schüler den Unterrichtsstoff nicht aufgrund seiner selbst lernen müssen, sondern dass „die Sache primär der Entwicklung des Schülers, seiner Emanzipation und fortschreitend selbst-ständigeren Realitätskontrolle" (ebd., S.178) dient, mithin „der Erkenntnisgewinn vor der Kenntnisvermittlung" (ebd., S.178) steht.
Umgesetzt werden können die Erkenntnisse aus dieser hochgradig individualisierten diagnostischen Arbeit nach Feuser in einem Unterricht, in dessen Zentrum die „ ‚kooperative Tätigkeit am gemeinsamen Gegenstand' der Lehrenden und Lernenden nach Maßgabe einer ‚Inneren Differenzierung durch entwicklungsniveau-orientierte Individualisierung' desselben" (Feuser 2004, S.149f.) steht. Bildungsinhalte eines solchen Unterrichts sollen „epochaltypische(n) Schlüsselprobleme(n)" (Feuser 2004, S.150 mit Bezug auf Klafki) sein, „die auf alle menschlichen Entwicklungsniveaus hin abzubilden sind" (ebd., S.150). Die hier aufscheinende Balance zwischen „Individualisierung" und „Kooperation" kann Feuser zufolge nur im Projektunterricht und in offenen Unterrichtsformen (vgl. Feuser 2004, S.148) realisiert werden. Um die didaktische Struktur eines solchen Unterrichts zu erläutern, wählt Feuser das Modell eines Baumes.
Dieser Baum wurzelt im „jeweils möglichen wissenschaftlichen Erkenntnisstand zu den einzelnen Sachgebieten" (Feuser 2004, S.150), welcher die Möglichkeiten der subjektiven Erkenntnis dieser Sachgebiete einschließt (vgl. Feuser 1995, S.180). Der von außen sichtbare Stamm dieses Baumes bildet die „äußere thematische Struktur" (Feuser 2004, S.150) des Projekts ab. Das Innere dieses Stamms beschreibt Feuser mit dem „Gemeinsamen Gegenstand". Dieser sehr zentrale Begriff meint nicht den materiell fassbaren Lerngegenstand. Vielmehr besteht der

„Gemeinsame Gegenstand“ in den Zusammenhängen, die „hinter den Dingen und beobachtbaren Erscheinungen“ (Feuser 1995, S.181) stehen und diese konstituieren, stellt also „das innere Wesen der äußeren Erscheinung einer Realität“ (ebd., S.181) dar. Feuser konkretisiert dies unter Bezugnahme auf die Kategorien des „Fundamentalen“ und des „Elementaren“ der Bildungstheorie Klafkis, die er jedoch in Anerkennung des Subjekts als „Führungsgröße des Unterrichts“ (s.o.) „subjektwissenschaftlich“ (Feuser 2004, S.147) neu bestimmt. Demnach sind Fundamentales und Elementares „nicht per se in den Objekten verankert“ (Feuser 2004, S.149), sondern Bedeutungen, die das Subjekt „auf der Basis des persönlichen Sinns“ (ebd., S.147) und aus der Sicht seiner individuellen Biographie, das heißt auch „auf jedem Entwicklungsniveau“ (Feuser 2004, S.149), den Objekten zuschreibt, wobei das „Fundamentale“ die Sinn stiftende und das „Elementare“ die im Subjekt Bedeutung erzeugende Seite darstellt. Indem „Elementares“ und „Fundamentales“ als subjektive Kategorien Feuser zufolge den „Gemeinsamen Gegenstand“ ausmachen (vgl. Feuser 2004, S.150), stellt sich auch dieser folglich jedem Schüler in der tätigen Auseinandersetzung damit in unterschiedlicher, ebenfalls subjektiver Weise dar. Dem wird durch die Äste und Zweige des Baumes Rechnung getragen, die die „Vielfalt der Handlungsmöglichkeiten mit dem ‚Gemeinsamen Gegenstand‘ “ (Feuser 2004, S.150) repräsentieren. Auf jedem dieser Äste ist der „Gemeinsame Gegenstand“ auf allen Entwicklungsniveaus entfaltet – von seiner sinnlich-konkreten Repräsentation am Astansatz bis zu seiner „symbolisierten internen Rekonstruktion“ (Feuser 2004, S.150), also der abstrakt-logischen Gestalt, an der Astspitze (vgl. ebd., S.150). Um dies zu gewährleisten, muss der Unterricht laut Feuser „von unten“ (Feuser 1989, S.37), also „ausgehend von dem Schüler mit dem niedrigsten Entwicklungsniveau“ (ebd., S.37), geplant und dann „nach oben“ bis in wissenschaftliche Bereiche ausdifferenziert werden (vgl. ebd., S.37). So wird der „Gemeinsame Gegenstand“ für alle Schüler auf Basis ihres „momentanen Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungsniveau[s] subjektiv erfahrbar und fassbar“ (ebd., S.150). Da „Elementares“ und „Fundamentales“, also das, was den „Gemeinsamen Gegenstand“ in seinen subjektiven Ausdeutungen ausmacht, in jedem Ast und Zweig repräsentiert sind, muss zum einen kein Schüler „in allen Handlungsfeldern tätig (…) werden“ (Feuser 2004, S.150), um sich in Feusers Sinne zu bilden. Zum anderen wird es dadurch ermöglicht, dass jeder Schüler in Kooperation mit jedem anderen lernen kann, da allen Handlungsmöglichkeiten der „Gemeinsame Gegenstand“ zugrunde liegt (vgl. ebd., S.150).

Grundlegend für die „entwicklungslogische Didaktik“ ist damit Feuser zufolge die Variabilität des Unterrichtsziels, aber gleichzeitig das Festhalten am „Gemeinsamen Gegenstand“ für alle Schüler, also eine „Innere Differenzierung“, die sich nicht durch stoffbezogene Individualisierung, z.B. in Form „individualisierter Curricula“, sondern durch entwicklungsbezogene „*Individualisierung* eines *gemeinsamen* Lerngegenstandes“ (Feuser 1995, S.185; Hervorhebung durch Verf.) realisiert.
Mit einem auf dieser „entwicklungslogischen Didaktik“ basierenden Unterricht wird es nach Feusers Ansicht möglich, „dass alle Kinder und Schüler in Kooperation miteinander“ und gleichzeitig „auf ihrem jeweiligen Entwicklungsniveau (…) in Orientierung auf die ‚nächste Zone ihrer Entwicklung’ an und mit einem Gemeinsamen Gegenstand spielen, lernen und arbeiten“ (Feuser 2004, S.150).

2.3.2.2 „Gemeinsame Lernsituationen“ (Hans Wocken)

Hans Wockens Beitrag zur integrationspädagogischen Didaktik ist eigentlich keine eigene didaktische Konzeption, er selbst überschreibt ihn mit „Skizze“ (Wocken 1998, S.37). Trotzdem wird er hier erwähnt, da er im Wesentlichen eine kritische Ergänzung zu Feusers „entwicklungslogischer Didaktik“ darstellt. Ebendieser Didaktik spricht Wocken grundsätzlich Respekt und Anerkennung aus. Zweifel hegt er jedoch an Feusers „Ausschließlichkeitsanspruch“ (Wocken 1998, S.40), demzufolge Integration nur durch Kooperation am „Gemeinsamen Gegenstand“ und nur in Form von Projektunterricht möglich sei (vgl. Wocken 1998, S.40). Ausgehend von der „Gleichheit und Differenz aller Menschenkinder“ (ebd., S.40) fordert Wocken, diese auch in einer „dynamischen Balance von differenzierenden und integrierenden Lernsituationen“ (ebd., S.40) zu berücksichtigen. Das ausschließliche Postulat des „Theorem[s] des gemeinsamen Gegenstandes“ (ebd., S.50) ist für ihn somit nur „die halbe Wahrheit“ (ebd., S.50) als eine von vielen Lernsituationen, in denen integrativer Unterricht realisiert werden könne, dürfe und solle.
Ergänzend dazu beschreibt Wocken sechs verschiedene „gemeinsame Lernsituationen“ anhand ihrer prägnanten inhalts- und interaktionsbezogenen Merkmale, die dazu beitragen sollen, die „Balance zwischen differenzierenden und integrierenden Lernsituationen“ (Wocken 1998, S.50) ausgewogener zu gestalten.
Dies sind zum einen die so genannten „koexistenten Lernsituationen“, beispielsweise in Form von Freiarbeit oder Wochenplanarbeit. In diesen verfolgen die Beteiligten primär individuelle Handlungspläne und -ziele, wobei

Austauschprozesse nur selten auftreten und Gemeinsamkeit vor allem eine eher passiv erlebte „raumzeitliche Gemeinsamkeit der Beteiligten“ (Wocken 1998, S.42) ist. Trotzdem sind solche Phasen nach Wocken notwendig und sinnvoll, um „der Differenz der Kinder Raum und Zeit“ (ebd., S.43) zu geben, damit sie ihre individuellen Fähigkeiten und Kenntnisse entfalten können (vgl. ebd., S.43).
Diesem „Extrem“ kaum vorhandener Interaktion stellt Wocken die „kommunikativen Lernsituationen“ gegenüber. Diese sind gekennzeichnet durch „Interaktion pur“ (ebd., S.43), wobei „die Sache kaum noch eine Rolle“ (ebd., S.43) spielt, etwa bei Unterhaltungen oder sonstigen Interaktionen der Schüler untereinander in den Pausen. Diese informellen und an (Lern-)Inhalt armen Situationen werden Wocken zufolge in der allgemeinen Pädagogik wie im Theorem des „Gemeinsamen Gegenstands“ kaum beachtet, wohingegen sie seiner Ansicht nach mehr zur Gemeinsamkeit behinderter und nicht behinderter Schüler beitragen, als „gegenstandsbezogene Lernsituationen“ (ebd., S.44), indem vor allem durch sie die soziale Atmosphäre und der emotionale Hintergrund der sonstigen Lernsituationen konstituiert werden und sie oftmals „gemeinsame Themen“ (ebd., S.44) hervorbringen, die Gemeinsamkeit stiften (vgl. ebd., S.44).
In „subsidiären Lernsituationen“ sind Inhalts- und Interaktionsaspekt bedeutsam, jedoch je nach Situation ungleichmäßig verteilt. „Unterstützende Lernsituationen“ zeichnen sich dadurch aus, dass ein Schüler einem anderen hilft, dabei jedoch seine eigenen Arbeiten und Ziele im Auge behält, etwa, wenn Material verliehen oder ein kleiner Tipp gegeben wird. Eine Steigerung stellen „prosoziale Lernsituationen“ dar, in denen der Helfer seine Hilfe soweit intensiviert, dass er seine eigenen Arbeiten und Bedürfnisse zurückstellt. Wocken warnt diesbezüglich davor, gegenseitige Hilfe der Schüler überzubetonen und integrativen Unterricht als „caritative Veranstaltung“ (Wocken 1998, S.47) zu sehen (vgl. ebd., S.47).
Arbeiteten in den bisher beschriebenen Situationen verschiedene Schüler an verschiedenen Aufgaben, so zeichnen sich „kooperative Lernsituationen“ dadurch aus, dass Arbeitsinhalte und –prozesse verschiedener Beteiligter in einem verbindlichen Zusammenhang von unterschiedlicher Intensität stehen (vgl. ebd., S.48). Verfolgen die Beteiligten eher unterschiedliche Ziele, sind jedoch auf die aktive Mitarbeit Anderer angewiesen, zum Beispiel bei einem Spiel für mehrere Spieler, handelt es sich nach Wocken um „komplementäre Lernsituationen“. Im Unterricht treten solche Situationen beispielsweise auf, wenn ein Kind, das lesen kann, einem „Nicht-Leser“ etwas vorliest, oder beim so genannten „Partnerdiktat“

(vgl. Wocken 1998, S.49). Wocken betont, dass auch solche Situationen, die auch durchaus von Konkurrenz und Wetteifer geprägt sein können, zu integrativem Unterricht gehören müssten (vgl. ebd., S.49).

Als „höchste(n) und reinste(n) Form“ (ebd., S.49) kooperativer Lernsituationen bezeichnet er schließlich die „solidarischen Lernsituationen“. Indem sich hier die Handlungsziele der Beteiligten fast gänzlich angenähert haben oder sogar alle Beteiligten ein gemeinsames Ziel verfolgen, ist auch der Erfolg der Beteiligten geteilt und abhängig vom Mitwirken aller Akteure (vgl. ebd., S.49). Grundlegend wichtig ist es dabei, dass die Beteiligten nicht nur „gleiche“ (ebd., S.49), sondern „gemeinsame“, also von allen geteilte, Ziele und Inhalte verfolgen, denn nur diese können Wocken zufolge helfen, die Aktivitäten aller zu lenken, da sie „eine steuernde, synergetische Kraft“ (ebd., S.49) entwickeln. Unterrichtlich realisiert werden solche Lernsituationen vor allem in arbeitsteiligen Vorhaben oder Projekten. Wocken bezeichnet sie als „didaktische Idealfigur“ (ebd., S.50), da es in kooperativen „solidarischen Lernsituationen“ gelänge, integrationsförderliche und gemeinschaftsstiftende Faktoren „in höchster Form“ (ebd., S.50) zu vereinigen, indem Aufgaben und Ziele aufeinander bezogen und Tätigkeiten und Arbeitsprozesse aufeinander abgestimmt seien und so viele „gemeinsame(n) Erfahrungen und Erlebnisse“ (ebd., S.50) entstünden (vgl. ebd., S.50). Mit Blick auf Feusers „Kooperation am Gemeinsamen Gegenstand“ gibt Wocken jedoch zu bedenken, solche Lernsituationen seien „nicht in beliebiger Menge didaktisch herstellbar“ (ebd., S.50). Daher seien sie zwar wichtig für integrativen Unterricht, insgesamt aber eher als „Sternstunden“ (ebd., S.50) eines solchen, anstatt als „alltägliche Minimalnorm“ (ebd., S.50), anzusehen.

Anstelle einer „verkrampften, Angst machenden Fixierung auf den gemeinsamen Gegenstand und den gleichen Raum“ (ebd., S.51) sei es daher notwendig, neben der „Kooperation am Gemeinsamen Gegenstand“ auch die dargestellten Lernsituationen als gemeinsame Situationen anzuerkennen und in den integrativen Unterricht einzubeziehen.

2.3.2.3 „Triangulation theoretischer Sichtweisen über integrativ wirksame Momente im Gemeinsamen Unterricht“ (Reinhard Markowetz)

Auch Reinhard Markowetz’ Ansichten begründen keine eigene didaktische Konzeption, sondern stellen eine schon in der Überschrift dieses Kapitels

aufscheinende Synthese und Ergänzung der bestehenden Theorien von Feuser und Wocken dar. Ausgehend von seinen Erfahrungen in der wissenschaftlichen Begleitung des „Außenklassen-Modells“ in Baden-Württemberg stellt Markowetz die Frage, „wie viel Gemeinsamkeit und wie viel Individualität in welchen unterrichtlichen Darbietungs- und Organisationsformen“ (Markowetz 2003, S.162) der Gleichheit und Verschiedenheit der Schüler im integrativen Unterricht gerecht werden und „eine solidarische Kultur“ (ebd., S.162) entfalten können. Seiner Meinung nach liegt die Antwort auf diese Frage nicht nur in der konsequenten „Kooperation am Gemeinsamen Gegenstand“ nach Feuser oder den „Gemeinsamen Lernsituationen“ nach Wocken, sondern in einer „Triangulation“ als „Integrations- und Balanceleistung“ (ebd., S.173) dieser beiden Theorien sowie „individuell-exklusiver Lern- und Fördersituationen“ (ebd., S.163). Die These der Notwendigkeit letzterer Lernsituationen begründet Markowetz in zweierlei Hinsicht.
Zunächst folgt er Wockens Kritik an Feusers Theorem des „Gemeinsamen Gegenstands“ als nicht dauerhaft leistbarer didaktischer „Sternstunde“ (ebd., S. 169), deren konsequente Realisierung sogar die Selbstbestimmung der Schüler im offenen Unterricht einschränken würde (vgl. ebd., S.169). Demgegenüber betrachtet Markowetz Wockens Theorie der „Gemeinsamen Lernsituationen“ als positive „Lockerung“ (ebd., S.171), die es allen Kindern ermögliche, die Unterrichtsgestaltung auf inhaltlicher und sozialer Ebene „und damit auch Art und Umfang der Kooperation mitzubestimmen“ (ebd., S.171). Die von Wocken thematisierten „koexistenten Lernsituationen“ verweisen jedoch nach Markowetz’ Ansicht darauf, dass vor allem Schüler mit geistiger oder mehrfacher Behinderung „bisweilen so mit sich selbst und der Umsetzung ihrer eigenen Handlungspläne beschäftigt“ (Markowetz 2003, S.171) seien, dass ihnen eine kooperative Teilnahme am Gemeinsamen Unterricht oft nicht zugetraut, gleichwohl aber „um jeden Preis“ (ebd., S.171) herbeizuführen versucht werde. Dies führt Markowetz zufolge zu einer „pädagogische[n] Scheinintegration“ (ebd., S.171) und damit zur Gefahr von sozialer Distanz und neuen Formen von Stigmatisierung gegenüber Schülern mit Behinderung, denen die „Fähigkeit, überwiegend an gemeinsamen Lernsituationen teilnehmen und diesen auch folgen zu können“ (ebd., S.171), gegebenenfalls abgesprochen werden könne. Um diesem Problem entgegenzuwirken, fordert Markowetz eine Erweiterung inklusionsdidaktischer Vorstellungen durch die „Anerkennung exklusiv-individueller Lernsituationen als Grundform des Gemeinsamen Unterrichts“ (ebd., S.172). In diesen Lernsituationen, so führt er aus,

könnten Schüler mit und ohne Behinderung innerhalb oder außerhalb des Klassenraums, mit oder ohne besondere pädagogische Begleitung oder Assistenz, ihren individuellen Fähigkeiten und Lern-, sowie Therapiebedürfnissen nachkommen, und zwar „frei von Kooperationszwängen“ (Markowetz 2003, S.172) und „in weitestgehender Selbstbestimmung“ (ebd., S.172). Auch könnten diese Situationen von Lehrkräften vorstrukturiert sein, aber stets mit dem Ziel, allen Schülern eine Arbeit an individuell entwicklungsfördernden Inhalten zu ermöglichen. Solche „exklusiv-individuellen Lernsituationen“ seien zwar „nicht durchgängig akzeptabel“ (ebd., S.172), könnten aber didaktisch dazu beitragen, der Differenz der Kinder im Gemeinsamen Unterricht gerecht zu werden, und seien daher „keine ‚Integrationssünde’ “ (ebd., S.172). Gleichzeitig betont Markowetz, dies impliziere keine Rechtfertigung einer zunehmend exklusiven Unterrichtung von Kindern, die nur schwer an gemeinsamen Lernsituationen zu beteiligen seien (vgl. ebd., S.172). Vielmehr sei die „Gleichberechtigung inklusiver wie exklusiver Lernsituationen“ eine Folge der Anerkennung von Homogenität und Heterogenität der Schüler, wobei „das Wesensmoment des Integrativen“ (ebd., S.173) erhalten bleiben müsse.

Zur Begründung der Notwendigkeit dieser Lernsituationen wirft Markowetz außerdem die Frage auf, ob vielleicht nicht die Häufigkeit der sich aufgrund durchgängiger Kooperation zwischen Schülern mit und ohne Behinderung ergebenden Kontakte, sondern „das qualitative Erleben von inklusiven wie exklusiven Situationen“ (ebd., S.173) im Gemeinsamen Unterricht entscheidend für dessen Wirksamkeit und Nachhaltigkeit sei. Auf der Basis soziologischer Forschungsergebnisse zweifelt Markowetz an, dass „ausschließlich und durchgängig“ (ebd., S.174) Kooperation zwischen Schülern mit und ohne Behinderung gewährleistet sein müsse, um eine nachhaltige Verbesserung im sozialen Verhalten gegenüber Menschen mit Behinderung zu erreichen (vgl. ebd., S.174). Um eine desintegrativ wirkende „Überbevorteilung“ (ebd., S.174) von Schülern mit Behinderung zu verhindern, fordert er stattdessen, „Leben und Lernen für alle Kinder in der Allgemeinen Schule hier und jetzt und zu den Bedingungen, die alle vorfinden, und einen Unterricht der Vielfalt“ (ebd., S.174f.) zu etablieren, in dem Gleichheit und Differenz der Schüler „spürbar“ (ebd., S.175) würden. Eben dazu sei die oben dargestellte „Triangulation“ der integrationsdidaktischen Theorien notwendig, damit allen Schülern sowohl ein individuelles, privatisiertes, als auch ein soziales, kollektiviertes Lernen ermöglicht werde. Über die Art und Intensität ihrer Kooperation sei dann durch die Implementierung geeigneter Maßnahmen der

Inneren Differenzierung und der Individualisierung zu entscheiden (vgl. Markowetz 2003, S.175). So könne ein Unterricht gestaltet werden, der den individuellen Fähigkeiten der Schüler auch in Bezug auf Kooperation gerecht werde – einerseits durch „innere Differenzierung“ in inklusiven, gemeinsamen Unterrichtszusammenhängen, aber dort, wo diese an ihre „didaktischen Grenzen“ (ebd., S.179) stoße, eben auch im individualisierten Unterricht in exklusiven Lernsituationen (vgl. ebd., S.180).

2.4 Zwischenfazit

Alle Kinder unterscheiden sich voneinander – und dies nicht nur in Bezug auf etwaige Behinderungen, sondern hinsichtlich ihrer ganz individuellen Lebenserfahrungen, Motivationen, Emotionen, Fähigkeiten und Kenntnisse. In empirischer Hinsicht ist es also „normal, verschieden zu sein“. Der Umgang mit dieser Verschiedenheit im gegenwärtigen deutschen Schulsystem ist hingegen geprägt vom Bild eines „Normal“-Schülers, an dem umfangreiche Maßnahmen der Selektion und Separierung mit dem Ziel der Homogenisierung von Lerngruppen ausgerichtet sind. Inklusive Schulvorstellungen dagegen erheben die empirische Normalität der Verschiedenheit der Schüler auch in normativer Hinsicht zum Ausgangs- und Zielpunkt von Schule und Unterricht. Dies impliziert zum einen die Anerkennung der Individualität jedes einzelnen Schülers und seine individuelle Förderung aufgrund seines einzigartigen Förderbedarfs und zum anderen die Schaffung eines Klimas der Gemeinschaft in Vielfalt, in der Verschiedenheit als „normal“ akzeptiert und wertgeschätzt wird.

„Individualität“ und „Gemeinschaft“ bzw. „Gemeinsamkeit“ sind also auch für eine Didaktik inklusiven Unterrichts zentrale Begriffe. Natürlich sind sie zur Konstitution einer solchen nicht hinreichend; sämtliche dargestellte Konzepte beinhalten ja weitere Überlegungen, etwa zum Prozess des Lernens. Im Kontext inklusiver Schulvorstellungen sind „Individualität“ und „Gemeinschaft“ jedoch die zwei Fixpunkte, an denen sich eine inklusive Didaktik notwendigerweise orientieren muss. Allerdings weisen diese beiden Begriffe nicht in eine gemeinsame und eindeutige Richtung, sondern eröffnen vielmehr ein weites Feld, auf dem unklar ist, wie beide Ziele gleichermaßen erreicht werden können.

Am radikalsten und dadurch eindeutigsten ist Feusers Ablehnung jeglicher Form von „äußerer Differenzierung“ zugunsten einer konsequenten „inneren

Differenzierung“, realisiert durch die entwicklungsniveauorientierte Individualisierung eines „Gemeinsamen Gegenstandes“, an dem die Schüler kooperativ arbeiten, lernen und spielen. Durch diese Individualisierung eines „Gemeinsamen Gegenstands“ wird also versucht, Individualität und Gemeinsamkeit zusammenzudenken. Demgegenüber findet sich in den Vorschlägen von Wocken und Markowetz eine Bandbreite möglicher Unterrichtsformen, von der „Kooperation am Gemeinsamen Gegenstand“ in „kooperativen Lernsituationen“ bis hin zur „äußeren Differenzierung“ in „individuell-exklusiven“ bzw. „koexistenten“ Lernsituationen. Indem diese partielle Aufweichung des inklusiven (und Feuserschen) Gemeinsamkeitsanspruchs vor allem unter Betonung der Individualität der Schüler begründet wird, suggerieren Wockens und Markowetz’ Überlegungen eher einen Gegensatz der Begriffe „Individualität“ und „Gemeinsamkeit“. Folglich geht es ihnen vor allem darum, eine ausgewogene Balance zwischen individuellen und gemeinsamen Unterrichtssituationen zu erreichen.
Grundsätzlich stimme ich Markowetz’ These zu, der zufolge „das qualitative Erleben von inklusiven wie exklusiven [Lern-] Situationen“ (Markowetz 2003, S.173) entscheidender für die integrative Wirksamkeit von Unterricht ist, als das bloße quantitative Ausmaß der Kooperation von Schülern mit und ohne Behinderung in diesem Unterricht. Integrativer Unterricht hätte ein zentrales Ziel erreicht, wenn es für die Schüler (und in der Folge auch für die Gesellschaft, deren Teil sie sind) tatsächlich „normal“ wäre, verschieden zu sein. Da die Attribuierung eines Zustandes als „normal“ vom subjektiven Empfinden abhängt, ist folglich auch die Wirksamkeit inklusiven Unterrichts vom subjektiven und damit qualitativen Erleben von Gemeinsamkeit und Individualität durch die Schüler abhängig.
Daraus folgt meiner Meinung nach zweierlei:
Erstens ist es von fundamentaler Bedeutung, kooperative Lernsituationen so zu planen und zu gestalten, dass allen Schülern, unabhängig von ihren individuellen Fähigkeiten, eine aktive und gewinnbringende Teilnahme ermöglicht wird. Dies entspricht in direkter Weise dem Grundsatz inklusiver Schulvorstellungen, Schule und Unterricht den Bedürfnissen der Schüler anzupassen, und nicht umgekehrt. Eine „Scheinintegration“ und „Pseudokooperation“ (Markowetz 2003, S.171f.), wie Markowetz sie bei Kindern mit geistiger oder mehrfacher Behinderung befürchtet, muss dabei selbstverständlich verhindert werden. Damit ist nicht gesagt, dass die Planung und Realisierung solchen Unterrichts einfach und jederzeit zu leisten sind; auf diese Aspekte wird in den folgenden Kapiteln noch einzugehen sein. Jedoch

weist bereits Markowetz und auch Feuser darauf hin, dass ein Unterricht, in dem etwa Kinder mit schweren Behinderungen nicht vollständig und umfassend integriert werden können, langfristig dazu führen könnte, dass einigen dieser Kinder im Sinne eines „harten Kerns“ (Feuser 1989, S.20) die „Integrationsfähigkeit“ abgesprochen wird (vgl. Markowetz 2003, S.171; Feuser 1989, S.20) – ein fundamentaler Widerspruch zu dem Ziel von Integration und Inklusion, „eine Schule für alle“ zu schaffen. Insofern muss es meines Erachtens grundlegendes und unveräußerliches Ziel einer wirklich inklusiven Didaktik und des zugehörigen Unterrichts sein, im Sinne einer „basale[n] Pädagogik“ (Feuser 1989, S.19) allen Schülern ohne Ausschluss die Teilnahme an sämtlichen kooperativen Lehr- und Lernprozessen zu ermöglichen, anstatt auf diesbezügliche Schwierigkeiten mit separierter Förderung im Sinne von „exklusiv-individuellen Lernsituationen“ zu reagieren.

Das bedeutet allerdings nicht, dass jegliche individuelle Lernsituationen aus einem inklusiven Unterricht zu verbannen sind. Neben kooperativen Lernsituationen kann es meiner Ansicht nach auch durchaus Phasen geben, in denen die Schüler nicht in Kooperation miteinander arbeiten, lernen oder spielen. Allerdings kommt es entscheidend darauf an, wie diese Phasen gestaltet sind, und wie die Schüler sie wahrnehmen.

Dies führt zur zweiten Folgerung aus Markowetz’ oben erläuterter These: Wenn inklusiver Unterricht Individualität in Gemeinschaft als Ausgangs- und vor allem als Zielpunkt haben soll, dann dürfen individuelle Bedürfnisse und Fähigkeiten der Schüler in seiner Planung und Umsetzung keinen Widerspruch zu gemeinschaftlichen Aktivitäten bilden. Wenngleich die Schüler sich in „exklusiv-individuellen Lernsituationen“ Markowetz zufolge auch durchaus „zusammenschließen und ein Stück gemeinsam vorgehen“ (Markowetz 2003, S.172) können und Markowetz stets das „Wesensmoment des Integrativen“ (ebd., S.173) betont, erweckt seine Argumentation teilweise den Eindruck, in bestimmten Fällen verunmögliche die Individualität der Schüler ihre unterrichtliche Kooperation und mache so „exklusiv-individuelle Lernsituationen“ erforderlich.[8] Individualität und Gemeinsamkeit erscheinen hier, wie bereits erwähnt, wie gegensätzliche Begriffe. Meiner Ansicht nach besteht die Gefahr, dass sich dieser Gegensatz auch auf die Planung und

[8] Hier sei angemerkt, dass auch Markowetz explizit vor dem „Missverständnis“ warnt, Schüler, „die schwer an gemeinsamen Lernsituationen zu beteiligen sind, (…) mehr und mehr (…) an den Lerninhalten der Klasse und an den Kindern vorbei“ (Markowetz 2003, S.172) zu unterrichten. Fraglich ist allerdings, wo die quantitative Grenze zwischen diesen nicht akzeptablen und den von Markowetz befürworteten „exklusiv-individuellen Lernsituationen“ gezogen werden kann.

Durchführung von Unterricht niederschlägt und dadurch, in Bezug auf die These, dass das qualitative Erleben inklusiven Unterrichts maßgeblich für seine integrative Wirksamkeit sei, ebendiese Wirksamkeit einschränkt. Denn wie sollen Schüler die Individualität ihrer Klassenkameraden anerkennen und wertschätzen lernen, wenn sie diese im Unterricht als Widerspruch zu gemeinsamen Aktivitäten erleben? In Konsequenz ist es einerseits, wie oben erläutert, erforderlich, gemeinsame Aktivitäten so zu gestalten, dass ausnahmslos alle partizipieren können. Andererseits darf auf didaktischer Ebene Individualität nicht Kooperation verhindern. Natürlich kann es nicht darum gehen, Gemeinsamkeit und Kooperation in Negation bestehender Unterschiede der Schüler zu erreichen, wovor Markowetz unter dem Stichwort „Scheinintegration“ (Markowetz 2003, S.173) warnt. Natürlich ist es wichtig, auf die individuellen Voraussetzungen und Bedürfnisse jedes einzelnen Schülers einzugehen. Aber es verbietet sich in Anerkennung von Markowetz’ These ein Unterricht, der auf die Individualität seiner Schüler teilweise mit „äußerer Differenzierung“, also Separierung aufgrund einer bestimmten Norm, reagiert. Dies, da die Feststellung einer Norm, an der die Notwendigkeit exklusiv-individueller Lernsituationen festgemacht wird, und sei sie nur implizit-didaktischer Art, die Unterschiedlichkeit der Schüler zum Ausschlusskriterium für Gemeinsamkeit erhebt und den Schülern ihre Heterogenität in irgendeiner Form als „Trennungsgrund“ vor Augen führt. Im Gegensatz dazu steht die Auffassung, inklusiver Unterricht müsse den Schülern vermitteln, dass in der gemeinsam zu gestaltenden Welt „jeder, sei er nun behindert oder nicht, erfolgreich einen Beitrag leisten kann, der für das Ganze unverzichtbar ist“ (Feuser 1989, S.14). In diesem Punkt folge ich Feuser in der Annahme, dass jegliche Form von „äußerer Differenzierung“ dem Gedanken und Ziel der Inklusion widerspricht. Aufgabe inklusiv wirksamen Unterrichts ist es, Individualität nicht negativ zu konnotieren und mit Separierung darauf zu reagieren, sondern Verschiedenheit anzusehen und zu vermitteln als Normalität, die der Gemeinsamkeit nicht entgegensteht, sondern sie bereichert.

Die Qualität, in der Schüler den Unterricht diesbezüglich erleben, ist natürlich von weiteren Faktoren abhängig – nicht umsonst wird etwa dem sozialen Lernen in den referierten Vorstellungen zu inklusivem Unterricht ein so hoher Stellenwert eingeräumt, und auch die von Wocken erwähnten „kommunikativen Lernsituationen“ (s.o.) in Pausen und Freizeit haben unbestritten großen Einfluss auf das Klima in der Klasse in Bezug auf Gemeinsamkeit und Individualität.

In Bezug auf die Didaktik denke ich auf Basis dieser Überlegungen, dass inklusiver Unterricht durchaus auch Phasen beinhalten kann und darf, in denen nicht kooperativ gearbeitet wird bzw. werden muss – allerdings so, dass Gemeinsamkeit dadurch nicht verunmöglicht wird, wie oben erläutert. Gewährleistet werden kann das meiner Ansicht nach nur in offenen Unterrichtsformen, wie sie beispielsweise Peschel beschreibt (vgl. Kapitel 2.3.1). Indem dabei jeder Schüler seine Arbeits- und Lerninhalte selbst wählt, kommt es zu einer „natürlichen“ inneren Differenzierung, bei der jeder seinen individuellen Fähigkeiten entsprechend arbeitet und lernt, ohne dass diese Individualität von oben herab mittels „äußerer Differenzierung“ in negativer Weise sichtbar gemacht wird und damit die Gemeinschaft stört.
Im Zentrum inklusiven Unterrichts sollte jedoch Feusers Konzeption der „Kooperative[n] Tätigkeit am ‚Gemeinsamen Gegenstand’ (…) nach Maßgabe einer ‚Inneren Differenzierung durch entwicklungsniveauorientierte Individualisierung’ desselben“ (Feuser 2004, S.148) stehen. Dies vor allem, da es damit meiner Ansicht nach zumindest konzeptuell in einzigartiger Weise gelungen ist, Individualität und Gemeinsamkeit zusammenzudenken. Dass die Umsetzung dieses ambitionierten Konzepts in Planung und Durchführung von Unterricht eine Herausforderung darstellt, ist unbestritten. Jedoch besteht die Hoffnung, auf seiner Grundlage einen Unterricht verwirklichen zu können, der in konsequenter Abwendung von jeglicher segregierender Praxis den individuellen Bedürfnissen aller Schüler gerecht werden kann und es ermöglicht, dass diese verschiedenen Schüler in Gemeinschaft spielen, lernen und arbeiten.

3. Skizze zur Behandlung des Themas „Brüche“ im Unterricht einer heterogenen Lerngruppe

Basierend auf den bisherigen theoretischen Erkenntnissen zur Didaktik in heterogenen Lerngruppen wird im Folgenden versucht, einen Unterricht zu skizzieren, der es möglicht macht, dass Kinder auf ganz unterschiedlichen Entwicklungsniveaus sich gemeinsam mit dem Thema „Brüche“ auseinandersetzen. Dies erscheint umso mehr als Herausforderung, da dieses Thema im Mathematikunterricht der Regelschule seinen festen Platz hat, in der Förderschule für den Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung dagegen ein sehr randständiges Dasein führt (vgl. Kapitel 3.2.1).

Grundlage der Ausführungen ist Georg Feusers „entwicklungslogische Didaktik“ – allerdings nicht in dem Sinne, dass hier eine möglichst exakte Umsetzung der Theorie angestrebt würde. Insbesondere in Abwesenheit einer konkreten Lerngruppe erscheint dies als schwierig bis sinnlos. Vielmehr sollen die Grundgedanken der „entwicklungslogischen Didaktik“ aufgegriffen werden, um auf ihrer Basis zu erörtern, welche individuellen Handlungsmöglichkeiten bezüglich des Themas „Brüche“ sich Kindern mit ganz unterschiedlichen Voraussetzungen und Bedürfnissen bieten, und wie diese in einen gemeinsamen Unterricht integriert werden können.

Dazu wird zunächst die Objektseite des Unterrichts im Sinne der Sachstrukturanalyse betrachtet. Indem hier das Thema „Brüche“ aus Sicht der Mathematik und anderer Wissenschaften analysiert und bezüglich seiner Gegenwarts- und Zukunftsbedeutung für die Schüler befragt wird, werden in Anlehnung an Feuser die „Wurzeln“ freigelegt, aus denen der „Baum“ entwicklungslogischer Didaktik erwächst, bevor sein „Stamminneres“ in Form des objektseitig bestimmten Gemeinsamen Gegenstandes[9] dargestellt wird. In einem Zwischenschritt in Richtung der Subjektseite des Unterrichts wird anschließend kurz betrachtet, wie Brüche im gegenwärtigen Unterricht der Gesamtschule und der Förderschule für den Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung behandelt werden und nach Ansicht der Fachdidaktik behandelt werden sollten.

Anschließend wird erläutert, was der objektseitig bestimmte Gemeinsame Gegenstand Schülern auf Basis ihres individuellen Entwicklungsniveaus

[9] Auch wenn dieser Begriff im Folgenden nicht mehr in Anführungszeichen gesetzt wird, ist damit stets der „Gemeinsame Gegenstand“ nach Georg Feuser gemeint.

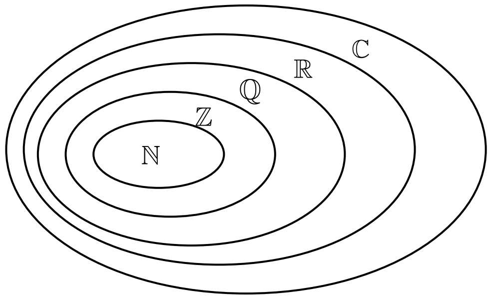
subjektseitig bedeuten kann. Davon ausgehend, werden Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten skizziert, anhand derer der Gemeinsame Gegenstand für jeden Schüler in individueller Weise erfahrbar und erfassbar werden kann. Nachdem damit die „Äste und Zweige“ des Baumes entwicklungslogischer Didaktik bestimmt sind, wird abschließend ein Projektunterricht als „Stammäußeres“ entworfen, in dem die Vielfalt der individuellen Handlungsmöglichkeiten zusammengeführt wird. Der so im Sinne der entwicklungslogischen Didaktik geplante Unterricht zum Thema „Brüche“ wird in Kapitel 3.5 anhand einer Adaption von Feusers „Baummodell“ zusammenfassend dargestellt. Abschließend soll diese Unterrichtsskizze einer kritischen Betrachtung unterzogen werden, wobei insbesondere die Frage der praktischen Umsetzbarkeit im Mittelpunkt steht.

3.1 Sachstrukturanalyse

3.1.1 Struktur des Inhalts

3.1.1.1 „Brüche“ als Thema der Mathematik

Brüche bzw. Bruchzahlen[10] werden in der Mathematik verortet im Zahlbereich der „rationalen Zahlen“ ($\mathbb{Q}$). Einen Überblick über die in der Mathematik vorrangig behandelten Zahlbereiche und die Einordnung von Brüchen und Bruchzahlen gibt folgende Abbildung:



(Abbildung 1)

Es gilt:

$\mathbb{N}$ („natürliche Zahlen“) = {1,2,3,…},

$\mathbb{Z}$ („ganze Zahlen“) = {…,-3,-2,-1,0,1,2,3,…},

$\mathbb{Q}$ („rationale Zahlen“) = {…,-1,…,-$\frac{3}{4}$,…,-$\frac{1}{8}$,...,0,...$\frac{1}{3}$,…,1,…,$\frac{9}{7}$,...},

$\mathbb{R}$ („reelle Zahlen“) = $\mathbb{Q} \cup \mathrm{I}$, d.h. die Menge $\mathbb{Q}$ sowie die Menge der „irrationalen Zahlen“, z.B. $\sqrt{2}$,

$\mathbb{C}$ („komplexe Zahlen“), z.B. die Zahl $x=\sqrt{-1}$

(vgl. Padberg et al.1995, S.249).

Der Abbildung 1 entsprechend gilt: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Als „Bruchzahlen“ werden die positiven rationalen Zahlen bezeichnet, deren Menge mit $\mathbb{Q}^+$ benannt wird und eine echte Teilmenge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ bildet. Für die Menge $\mathbb{Q}^+$ der Bruchzahlen gilt:

$\mathbb{Q}^+ = \{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}\}$ (vgl. Padberg et al. 1995, S.67),

wobei p als „Zähler“ und q als „Nenner“ des Bruchs definiert ist.

[10] Die beiden Begriffe werden hier zunächst noch undifferenziert nebeneinander gebraucht. Zur mathematischen Konkretisierung und korrekten Verwendung siehe unten.

Die Einführung der Brüche und Bruchzahlen im Schulunterricht stellt somit eine (oft die erste, vgl. Padberg 2009, S.8) Erweiterung des Zahlbereichs von den natürlichen Zahlen zu den positiven rationalen Zahlen dar; der verstehende Umgang mit Brüchen in ihrer symbolischen Form setzt daher letztlich ein fundiertes Verständnis der natürlichen Zahlen voraus.

Die Frage danach, was eine Bruchzahl „ist", kann nicht eindeutig beantwortet werden, vielmehr ist der Bruchzahlbegriff „sehr komplex" (Padberg 2009, S.29). Es lassen sich mindestens acht Aspekte seiner Verwendung unterscheiden (vgl. ebd., S.29ff.):

1) Teil vom Ganzen

   Ein Bruch kann entweder interpretiert werden als Teil *eines* Ganzen oder als Teil *mehrerer* Ganzer; $\frac{2}{3}$ beispielsweise kann verweisen auf zwei Drittelstücke einer Torte, oder auf zwei Torten, die in insgesamt drei gleich große Teile geschnitten wurden.

2) Maßzahl

   Die so genannten „konkreten Brüche" (Padberg 2009, S.14) bezeichnen eine Größe, die von einer Einheit als fester Bezugsgröße abhängt, etwa $\frac{1}{4}$km oder $\frac{1}{2}$h.

3) Operator

   In dieser Interpretation beschreibt der Bruch eine Funktion bzw. eine multiplikative Handlungsanweisung, die auf eine Größe anzuwenden ist. Demnach wird etwa der Ausdruck „$\frac{2}{3}$ von…" interpretiert als „Bruchoperator" ($\cdot\frac{2}{3}$), der sich zusammensetzt aus dem Divisionsoperator (:3) und dem Multiplikationsoperator ($\cdot 2$). $\frac{2}{3}$ von 1 kg werden demnach berechnet durch (1 kg : 3)$\cdot$2.

4) Verhältnis

   So genannte „äußere Teilverhältnisse" (Padberg 2009, S.30) können adäquat durch Brüche beschrieben werden. Gewinnt etwa der 1.FC Köln gegen den BVB mit 3:1 Toren, hat Köln $\frac{3}{4}$ aller Tore geschossen, der BVB $\frac{1}{4}$ der Tore. In weniger engem Zusammenhang zu Brüchen steht das „innere Teilverhältnis"

(Padberg 2009, S.30), hier die Tatsache, dass die Kölner Tore zu denen des BVB im Verhältnis 3:1 stehen.

5) Quotient

Ein Bruch kann das Ergebnis einer Division beschreiben, bei der Dividend und Divisor natürliche Zahlen sind ($3:4=\frac{3}{4}$), eine bestimmte Größe „verteilt“ wird (bei drei Pizzen und vier Kindern bekommt jedes Kind eine $\frac{3}{4}$-Pizza), oder berechnet wird, wie oft eine Größe in einer anderen enthalten ist (4m sind in 3m $\frac{3}{4}$-mal enthalten).

6) Lösung der linearen Gleichung $n \cdot x = m$, mit $m,n \in \mathbb{N}$

Hier beschreibt der Bruch $\frac{m}{n}$ die Lösung der nach x aufgelösten Gleichung $n \cdot x = m$.

7) Skalenwert

Ein Bruch kann eine Stelle auf einer Skala bezeichnen, beispielsweise auf dem Zahlenstrahl oder auf einer Tankanzeige. In seiner Anwendung bezieht sich dieser Skalenwert meist auf eine Maßzahl, etwa die im Tank verbliebenen Liter Treibstoff.

8) Quasikardinalität

Bezugnehmend auf den Kardinalzahlaspekt natürlicher Zahlen, kann etwa der Bruch $\frac{3}{4}$ interpretiert werden als Größe mit der Maßzahl 3 und der Größeneinheit $\frac{1}{4}$. Die 3 im Zähler gibt also an, wie viele Viertel (Nenner) vorhanden sind, analog zur kardinalen Verwendung natürlicher Zahlen zur Angabe der Mächtigkeit einer Menge.

Zwischen diesen idealtypisch dargestellten Erscheinungsformen von Brüchen gibt es vielfältige Überlappungen, insbesondere die Vorstellung eines Bruchs als „Teil vom Ganzen“ findet sich in mehreren weiteren Bruchzahlaspekten, etwa beim Maßzahl- oder Operatoraspekt (vgl. Padberg 2009, S.30). Zu beachten ist, dass sich die Zahlaspekte der Bruchzahlen teils beträchtlich von den Verwendungsweisen der natürlichen Zahlen unterscheiden (vgl. Padberg 2009, S.45).

Neben verschiedenen Interpretationsmöglichkeiten hinsichtlich ihrer Bedeutung existieren für Bruchzahlen zudem verschiedene Schreibweisen. Dieselbe Bruchzahl

kann geschrieben werden als „gemeiner Bruch“ ($\frac{1}{4}$), als Dezimalbruch (0,25), als Verhältnis (1 zu 4 oder 1:4), als Quotient (1:4 im Sinne der Division) oder als Prozentwert (25%). Insgesamt haben Bruchzahlen und Brüche also viele „Gesichter“ (Padberg 2009, S.32), die erst zusammen ein umfassendes Bild und Verständnis ermöglichen.
Zur mathematischen Fundierung des Bruchzahlbegriffs sowie der zugehörigen Rechenoperationen existieren verschiedene Konzepte, die auf unterschiedlichen Bruchzahlaspekten basieren: Das „Größenkonzept“, das „Operatorkonzept“, das „Gleichungskonzept“ und das „Äquivalenzklassenkonzept“ (vgl. Padberg 2009, S.13ff.) Padberg zufolge sind letztere drei Konzepte sehr formal orientiert, wohingegen das Größenkonzept die größte Nähe zu Anwendungen und Vorerfahrungen von Schülern bietet (vgl. ebd., S.22). Daher wird sich die folgende mathematische Fundierung von Brüchen und Bruchzahlen im Wesentlichen am Größenkonzept orientieren, um im Sinne der didaktischen Analyse nach Klafki nicht gänzlich zur „vorpädagogischen ‚Sachanalyse’ “ (Klafki 1969, S.18) zu werden.[11]

Grundvorstellungen

Das Größenkonzept basiert auf der Interpretation eines beliebigen Bruchs $\frac{m}{n}$ als Teil einer Größeneinheit. Um überhaupt Teile dieser als „Ganzes“ interpretierten Größeneinheit bilden zu können, ist es von grundlegender Bedeutung, dass sich dieses Ganze teilen lässt – mathematisch ausgedrückt, muss die Größeneinheit e, auf die sich der Bruch $\frac{m}{n}$ im Sinne des Größenkonzepts bezieht, Element eines „divisiblen Größenbereichs“ sein (vgl. Padberg 2009, S.32; Padberg et al. 1995,

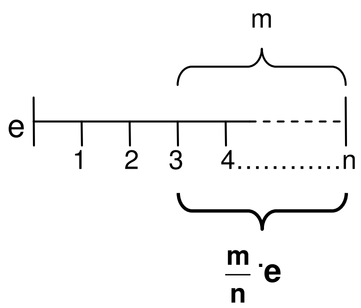
[11] Klafki schreibt, die Analyse der Struktur des Unterrichtsinhalts oder -problems solle vom Lehrer „unter dem Aspekt der Gegenwartsbedeutung dieses Problems für den Durchschnitt seiner Schüler, also in der Perspektive der Frage- und Sinnhaltung und der Verständnismöglichkeiten des (…) Schülers“ (Klafki 1969, S.18) geleistet werden. In den bisherigen Kapiteln sollte hingegen deutlich geworden sein, dass eine Orientierung am „Durchschnitt“ der Schüler in theoretischer wie praktischer Hinsicht nicht den Vorstellungen einer Didaktik in heterogenen Lerngruppen entsprechen kann, die darauf ausgerichtet ist, Individualität und Gemeinschaft gleichermaßen zu fördern.
Daher, und weil dieser Unterrichtsplanung keine konkrete Lerngruppe zugrunde liegt, wird hier zunächst das gesamte Feld der Brüche und Bruchzahlen entfaltet, um dann planen zu können, welche Inhalte Schülern auf individuellen Entwicklungsniveaus in welcher Form be- und ergreifbar werden können. Jedoch erscheint es in Anerkennung von Klafkis und Padbergs Ausführungen sinnlos, den Unterrichtsinhalt „Brüche“ in einer weitgehend unterrichtsfernen Konzeption aufzufächern (vgl. Padberg 2009, S.22); Deshalb wird die Entfaltung und Analyse des Gebiets der Brüche hier unter Zugrundelegung des Größenkonzepts vorgenommen.

S.148). Beispiele für einen solchen Größenbereich, in dem Größen einer Art zusammengefasst sind, sind Längen, Flächen, oder Geldwerte. Einerseits kann ein beliebiger Bruch $\frac{m}{n}$ nun im Sinne des Konzepts „Teil vom Ganzen" einen bestimmten Teil *eines* Ganzen bezeichnen; dann gibt der Nenner *n* an, in wie viele Teile dieses Ganze geteilt wird, und der Zähler *m*, wie viele dieser Teile ausgewählt werden. Wenn *e* eine Einheit eines divisiblen Größenbereichs bezeichnet, ist der Ausdruck $\frac{m}{n} \cdot e$ also eine Kurzschreibweise für $(e:n) \cdot m$ (vgl. Padberg 2009, S.33). Andererseits kann der Bruch $\frac{m}{n}$ auch einen Teil *mehrerer* Ganzer beschreiben; Dies, indem der Zähler *m* angibt, wie viele Repräsentanten der Einheit *e* zu einem neuen Repräsentanten vereinigt werden, und der Nenner *n*, in wie viele gleich große Teile dieser Repräsentant geteilt wird, um eins davon auszuwählen. Der Ausdruck $\frac{m}{n} \cdot e$ ist in dieser Interpretation also eine Kurzschreibweise für $(e \cdot m):n$ (vgl. Padberg 2009, S.33ff.). Im Sinne einer mathematischen Fundierung der Bruchzahlen kann gezeigt werden, dass diese beiden Grundvorstellungen mathematisch gleichwertig sind, dass also allgemein für alle $m,n \in \mathbb{N}$ und eine beliebige Einheit *e* eines divisiblen Größenbereichs gilt: $\frac{m}{n} \cdot e = (e:n) \cdot m = (e \cdot m):n$. Für einen ausführlichen und anschaulichen Beweis hierzu vgl. Padberg et al. 1995, S.148ff.[12].

Erweitern und Kürzen

Ausgehend vom Größenkonzept wird in den folgenden Ausführungen die Größeneinheit *e* als Länge einer beliebigen Strecke begriffen. Wenn diese Strecke restlos in *n* gleich lange Teilstrecken zerlegt und eine Anzahl *m* dieser Teilstrecken ausgewählt wird, erhält man insgesamt eine ausgewählte Strecke, deren Länge mit $\frac{m}{n} \cdot e$ bezeichnet werden kann (s. Abbildung 2 auf der folgenden Seite).

[12] Hier wie im Folgenden wird für die den Erläuterungen zugrundeliegenden mathematischen Beweise auf die Fachliteratur verwiesen, da die ausführliche mathematische Begründung der dargestellten Sachverhalte den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.



(Abbildung 2)

Wenn nun die Einteilung der Ausgangsstrecke verfeinert, diese also etwa in doppelt so viele Teilstrecken zerlegt wird, jedoch gleichzeitig doppelt so viele davon ausgewählt werden, bleibt die Länge der insgesamt ausgewählten Strecke gleich. Entsprechend gilt bei einer Verfeinerung der Einteilung um den Faktor *k* ($k \in \mathbb{N}$) (die beliebig oft durchführbar ist, da *e* Element eines divisiblen Größenbereichs ist), dass die Länge der ausgewählten Strecke gleich bleibt, wenn auch *k*-mal so viele Teilstrecken ausgewählt werden. Überträgt man dieses anschauliche Vorgehen auf Brüche, bedeutet dies: Wenn Zähler und Nenner eines Bruchs mit einer beliebigen, aber derselben natürlichen Zahl *k* multipliziert werden, erhält man stets einen Bruch, der zum Ausgangsbruch „gleichwertig“ ist. Dies wird „Erweitern“ des Bruchs genannt.

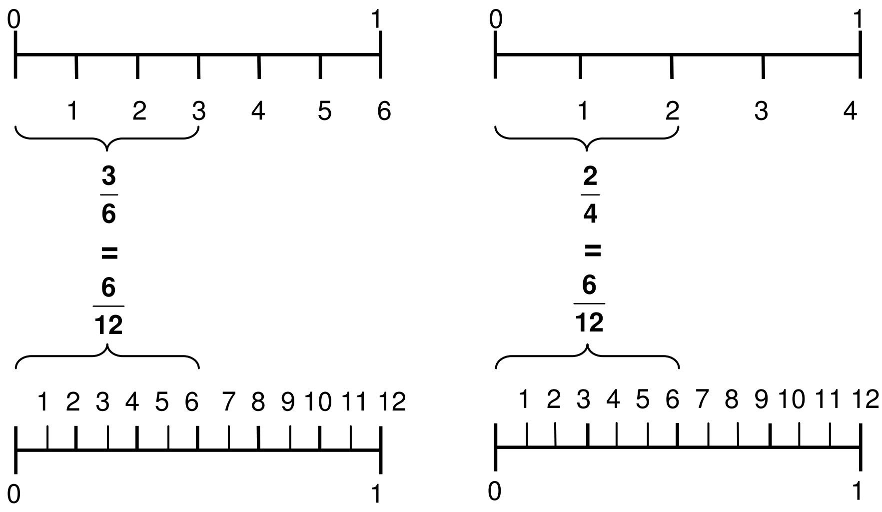
Es gilt also: $\frac{m}{n} = \frac{m \cdot k}{n \cdot k}$ für $m,n,k \in \mathbb{N}$. (vgl. Padberg 2009, S.53; Beweis: Padberg et al. 1995, S.159).

Entgegengesetzt zur Verfeinerung kann die Einteilung der Ausgangsstrecke auch vergröbert werden. Zerlegt man die Ausgangsstrecke etwa in halb so viele gleich lange Teilstrecken (deren jeweilige Länge also doppelt so lang ist wie in der Ausgangssituation), müssen auch halb so viele dieser Teilstrecken ausgewählt werden, um eine gleich lange ausgewählte Strecke zu erhalten. Auch dieses Vorgehen kann für einen beliebigen Divisor *k* verallgemeinert werden, jedoch mit einer bedeutenden Einschränkung: Die natürliche Zahl *k*, durch welche die Anzahl der insgesamt gebildeten Teilstrecken (*n*) und die Anzahl der davon ausgewählten Teilstrecken (*m*) geteilt werden, muss ein gemeinsamer Teiler dieser Anzahlen sein; Andernfalls erhält man keine gültigen Ergebnisse, da *m* und *n* natürliche Zahlen sind. Eine Unterteilung in 7 Teilstrecken etwa kann nicht um den Faktor 3 vergröbert werden, da 7 nicht durch 3 teilbar ist. Man erhält also nur einen zum Ausgangsbruch „gleichwertigen“ Bruch, wenn Zähler und Nenner durch denselben gemeinsamen Teiler dividiert werden. Dies wird „Kürzen“ des Bruchs genannt.

Es gilt also: $\frac{m}{n} = \frac{m:k}{n:k}$ für m,n,k $\in \mathbb{N}$ und k|m und k|n (vgl. Padberg 2009, S.55; Beweis: Padberg et al. 1995, S.159).
Da nur durch gemeinsame Teiler von *m* und *n* gekürzt werden kann, lassen sich so nicht beliebig viele zum Ausgangsbruch gleichwertige Brüche erzeugen. Vielmehr ist bei stetiger Division durch gemeinsame Teiler schließlich ein Endpunkt erreicht, an dem Zähler und Nenner eines Bruchs „teilerfremd" sind, also keine gemeinsamen Teiler außer 1 mehr aufweisen. Diesen vollständig gekürzten Bruch bezeichnet man als „Kernbruch" (vgl. Padberg 2009, S.55).

Gleichwertigkeit von Brüchen

Anhand der anschaulichen Herleitung des Erweiterns und Kürzens hat sich gezeigt, dass verschiedene Brüche durchaus gleichwertig sein können, dass also die von ihnen jeweils bezeichneten Teilstrecken einer gleichen Ausgangsstrecke gleich lang sein können. Dies ist rein rechnerisch der Fall, wenn bei gleicher Unterteilung der gleichen Ausgangsstrecke die Anzahl der daraus ausgewählten Teilstücke übereinstimmt, was Abbildung 3 verdeutlicht.



(Abbildung 3)

Seien also $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ zwei beliebige Teilstrecken einer Länge *e*. Unabhängig vom Wert von *b* und *d*, also der Anzahl jeweiligen Unterteilungen, können beide stets durch Erweitern auf die gemeinsame Unterteilung der Ausgangsstrecke in $b \cdot d$ Teilstrecken bezogen werden.

Es gilt: $\frac{a}{b} \cdot e = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} \cdot e$, sowie $\frac{c}{d} \cdot e = \frac{c \cdot b}{d \cdot b} \cdot e = \frac{c \cdot b}{b \cdot d} \cdot e$ (wegen der Definition zum Erweitern und des Kommutativgesetzes in $\mathbb{N}$). Offensichtlich sind die mit $\frac{a \cdot d}{b \cdot d} \cdot e$ und $\frac{c \cdot b}{b \cdot d} \cdot e$ bezeichneten Teilstrecken gleich lang, wenn ihre Zähler (also die Anzahl der jeweils aus *e* ausgewählten Teilstrecken) übereinstimmen, da nun eine gemeinsame Unterteilung der Ausgangsstrecke gegeben ist.

Mathematisch ausgedrückt, gilt für beliebige Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ mit a,b,c,d $\in \mathbb{N}$:

$\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a \cdot d}{b \cdot d} \sim \frac{c \cdot b}{b \cdot d} \Leftrightarrow a \cdot d = c \cdot b$, bzw. im Besonderen: $\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = c \cdot b$.[13] (vgl. Padberg et al. 1995, S.65).

Dieses Phänomen der Gleichwertigkeit verschiedener Brüche zeigt eine Besonderheit im Vergleich zu den natürlichen Zahlen auf: Während in $\mathbb{N}$ verschiedene Zahlen stets verschiedene Werte haben, kann man „ein und dieselbe Größe (…) durch verschiedene konkrete Brüche (…) benennen“ (Padberg 2009, S.42), zum Beispiel gilt $\frac{1}{3}m = \frac{2}{6}m = \frac{4}{12}m$.

Die gemeinsame Wertigkeit solcher verschiedenen, aber gleichwertigen Brüche wird „Bruchzahl“ genannt. Mathematisch gesehen ist die Relation „$\sim$“, die gleichwertige Brüche einander zuordnet, eine Äquivalenzrelation, welche die Ausgangsmenge $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ in Klassen zueinander gleichwertiger Brüche zerlegt. Diese Äquivalenzklassen werden „Bruchzahlen“ genannt.

Es gilt: Die Bruchzahl $\frac{a}{b}$ ist die Klasse aller zu dem Bruch $\frac{a}{b}$ äquivalenten Brüche $\frac{a'}{b'}$, beziehungsweise:

$\frac{a}{b} = \{\frac{a'}{b'} \mid a', b' \in \mathbb{N}$ und $a' \cdot b = a \cdot b'\}$ (vgl. Padberg et al. 1995, S.67).

Sämtliche in einer solchen Äquivalenzklasse enthaltenen Brüche sind „Repräsentanten“ der betreffenden Bruchzahl (vgl. ebd., S.67). Man kann auch sagen: Man hat verschiedene Namen (nämlich die in einer Äquivalenzklasse enthaltenen Brüche) für dieselbe Bruchzahl (vgl. Kirsch 1987, S.45). Jede Bruchzahl besitzt allerdings nur einen „Kernbruch“ (vgl. Padberg et al. 1995, S.69).

---

[13] „$\sim$“ steht für „…ist äquivalent/gleichwertig zu…“.
Alternativ zum hier gezeigten Erweitern auf den gemeinsamen Nenner $b \cdot d$ können die betreffenden Brüche gegebenenfalls auch durch Kürzen auf den gleichen Nenner gebracht werden. Das Erweitern auf $b \cdot d$ funktioniert jedoch immer.

Größenvergleiche und Anordnung der Bruchzahlen

Im Bereich der natürlichen Zahlen können zwei Zahlen in Ziffernschreibweise relativ leicht bezüglich ihrer Größe verglichen werden, indem man ihre Position in der Zahlwortreihe vergleicht mit dem Wissen, dass die weiter hinten stehende Zahl größer ist[14]. Die Frage, welcher von zwei Brüchen größer ist, kann hingegen nicht immer direkt anhand der Ziffernschreibweise entschieden werden.

Relativ unaufwendig ist der Größenvergleich bei Brüchen, deren Zähler gleich sind. Bezugnehmend auf die erste Grundvorstellung des Größenkonzepts (Bruch als Teil eines Ganzen) kann beispielsweise begründet werden, dass $\frac{2}{7}$ größer ist als $\frac{2}{9}$, da die Ausgangslänge im ersten Fall in sieben und im zweiten Fall in neun Teilstücke zerlegt wird, von denen je zwei ausgewählt werden. Generell gilt bei gleichen Zählern: Je größer der Nenner (also die Anzahl der Teilstrecken, die gebildet werden), desto kleiner ist der Wert des Bruchs (also die Länge der insgesamt ausgewählten Teilstrecke). Beim Vergleich zweier Brüche mit gleichem Nenner, etwa $\frac{4}{7}$ und $\frac{6}{7}$, kann im Sinne des „quasikardinalen" Bruchzahlaspekts analog zum Größenvergleich in $\mathbb{N}$ gefolgert werden, dass sechs „Siebtel" mehr sind als vier „Siebtel". Diese Strategien können auch kombiniert werden, um beispielsweise zu entscheiden, dass $\frac{2}{6}$ kleiner ist als $\frac{4}{5}$, da im ersten Fall in sechs und im zweiten Fall in fünf Teile geteilt wird, und zudem im zweiten Fall mehr dieser größeren Teile ausgewählt werden.

Allgemein ist die Kleinerrelation bei Brüchen folgendermaßen definiert:

Es gilt für zwei beliebige Brüche $\frac{m}{n}$ und $\frac{p}{n}$:

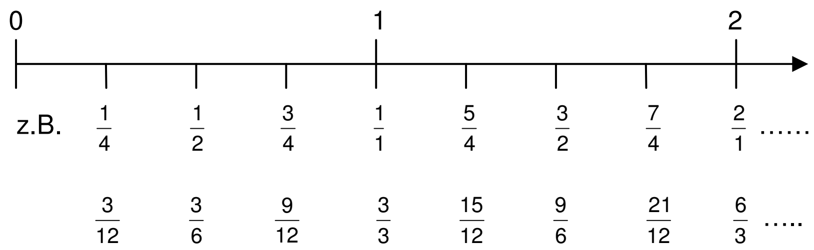
$\frac{m}{n} < \frac{p}{n} \Leftrightarrow m < p$ (vgl. Padberg 2009, S.63; Padberg et al. 1995, S.71).

Man beschränkt sich bei der Definition also auf Brüche mit gleichem Nenner, da durch Erweitern und Kürzen zwei Brüche stets „gleichnamig" gemacht werden können (vgl. S.43 sowie Padberg 2009, S.63), indem man das „kleinste gemeinsame Vielfache" beider Nenner bestimmt.

Auf Basis dieser Überlegungen lassen sich sämtliche Brüche an einem Zahlenstrahl verorten, indem für jeden beliebigen Bruch $\frac{a}{b}$ die Einheitsstrecke von 0 bis 1 in *b*

[14] Um hierbei nicht nur schematisiert vorzugehen, ist allerdings ein grundlegendes Kardinalzahlverständnis notwendig. Darauf basierend kann der Größenvergleich von zwei abstrakten Ziffern zurückgeführt werden auf die Mengen, deren Mächtigkeit sie beschreiben.

gleich lange Teile aufgeteilt wird, von denen, bei 0 beginnend, *a* Teile ausgewählt werden, so dass der Bruch $\frac{a}{b}$ den Endpunkt dieser Teilstrecke markiert (vgl. Padberg et al.1995, S.73). Dabei liegen gleichwertige Brüche jeweils am gleichen Teilstrich des Zahlenstrahls.



(Abbildung 4, vgl. Padberg et al.1995, S.73)

Natürliche Zahlen und Bruchzahlen

Zudem kann an einem solchen Zahlenstrahl die „Einbettung“ (Padberg 2009, S.44) der natürlichen Zahlen in die Menge der Bruchzahlen anschaulich gemacht werden, da jeder natürlichen Zahl *n* und den „speziellen Bruchzahlen“ $\frac{n}{1}$ derselbe Punkt am Zahlenstrahl zugeordnet wird (vgl. Padberg et al. 1995, S.87). Da diese speziellen Bruchzahlen und die natürlichen Zahlen in Bezug auf die Kleinerrelation, Addition und Subtraktion sowie Multiplikation und Division mathematisch gleichwertig („isomorph“) sind, können die natürlichen Zahlen mit den speziellen Bruchzahlen $\frac{n}{1}$ „identifiziert“ werden; somit bilden die natürlichen Zahlen eine echte Teilmenge der Menge der Bruchzahlen (für einen ausführlichen Beweis vgl. Padberg et al.1995, S.87ff.).

Am Zahlenstrahl liegen also kleinere Bruchzahlen, ebenso wie natürliche Zahlen, links von jeweils größeren. Anders als die natürlichen Zahlen hat eine beliebige Bruchzahl jedoch keinen unmittelbaren Vorgänger und Nachfolger. Stattdessen gilt, dass zwischen zwei Bruchzahlen stets unendlich viele weitere Bruchzahlen liegen. Beispielsweise scheint auf den ersten Blick $\frac{1}{7}$ der Vorgänger von $\frac{2}{7}$ zu sein – wenn man aber beide mit 100 erweitert, erhält man $\frac{100}{700}$ und $\frac{200}{700}$, zwischen denen noch mindestens 99 andere Brüche liegen (vgl. Padberg 2009, S.65). Da Brüche mit beliebigen natürlichen Zahlen erweiterbar sind, gilt in mathematischer Hinsicht, dass die Bruchzahlen „dicht“ liegen, dass sich zwischen zwei Bruchzahlen also stets

unendlich viele weitere befinden. Außerdem folgt daraus, dass es keine kleinste Bruchzahl geben kann (vgl. Padberg 2009, S.65; Für Beweise vgl. Padberg et al.1995, S.90ff.).
Während diese Argumentation den Schluss nahe legt, es gebe viel mehr Bruchzahlen als natürliche Zahlen, können mithilfe des „Cantorschen Diagonalverfahrens" sämtliche Elemente der Menge $\mathbb{Q}^+$ den Elementen der Menge $\mathbb{N}$ eineindeutig zugeordnet werden; die natürlichen Zahlen und die Bruchzahlen sind also jeweils unendlich große Mengen, aber zueinander „gleichmächtig" (vgl. Padberg 2009, S.69; Padberg et al. 1995, S.91ff.).
Insgesamt bestehen also grundlegende Gemeinsamkeiten zwischen den natürlichen Zahlen und den Bruchzahlen, es wurden jedoch auch gravierende Unterschiede zwischen den beiden Zahlbereichen zugrunde liegenden Vorstellungen erläutert. Diese setzen sich insbesondere bei den Rechenoperationen mit Bruchzahlen fort, die hier allerdings nicht mehr zum Thema gehören. Es kann somit konstatiert werden, dass bei der Erweiterung des Zahlenraums von den natürlichen Zahlen zu den positiven Bruchzahlen bedeutende Vorstellungsumbrüche stattfinden, die in vielen Fällen „zentrale Gewissheit[en]" (Padberg 2009, S.151) des bisherigen Umgangs mit Zahlen erschüttern und eine umso fundiertere Neuorientierung notwendig machen.

3.1.1.2 „Brüche" als Thema anderer Wissenschaften

Wie im vorangegangen Kapitel im Bereich der Bruchzahlaspekte deutlich wurde, können Brüche auf verschiedene Weise interpretiert werden und finden in entsprechend unterschiedlichen Kontexten Anwendung. In den meisten Fällen werden sie dabei für die Zwecke des jeweiligen Wissenschaftsgebiets genutzt, ohne eine inhaltliche Neubestimmung zu erfahren. Im Bereich der Kunst beispielsweise wird mit dem so genannten „goldenen Schnitt" das als ästhetisch perfekt erachtete Verhältnis zweier Strecken zueinander bezeichnet, das auf der Basis von Brüchen berechnet wird. Auch in der Musik spielen Brüche eine bedeutende Rolle, die hier kurz näher erläutert werden soll, da sie zunächst nicht besonders „mathematisch" erscheint.
Die Beschreibung von Musik mithilfe von Noten basiert darauf, dass jeder Note ein bestimmter Notenwert zugewiesen ist, der ihre zeitliche Dauer im relativen Vergleich zu den anderen Noten beschreibt. Im jeweiligen Stück klingt eine „ganze Note"

doppelt so lang wie eine „halbe“, diese wiederum doppelt so lang wie eine „Viertelnote“ und so fort, bis hin zur „Vierundsechzigstelnote“ (vgl. Ziegenrücker 2007, S.40). Der Bruch im Namen einer Note beschreibt also stets ihr Verhältnis zur „ganzen“ Note – nicht unter dem (Bruchzahl-)Aspekt, dass sie selbst ein Bruchteil dieser ganzen Note wäre, sondern in dem Sinne, dass die von ihr bezeichnete „Tondauer“ (ebd., S.40) den entsprechenden Bruchteil der Tondauer einer ganzen Note im jeweiligen Stück ausmacht. Die Brüche sind hier also bezogen auf die Einheitsgröße „Tondauer einer ganzen Note im jeweiligen Stück“, was auf den in Kapitel 3.1.1.1 beschriebenen Maßzahlaspekt verweist. Außerdem wird in musikalischen Kompositionen der Takt „in Form eines mathematischen Bruches“ (ebd., S.48), wenn auch ohne den Bruchstrich, angegeben. Hier können weitere Parallelen zur mathematischen Sicht auf Brüche gezogen werden. Beim „*Dreiviertel*takt“ beispielsweise gibt der Nenner an, dass *Viertel*-Noten den „rhythmischen Grundwert“ (ebd., S.48) des Takts bilden, und der Zähler bestimmt deren Anzahl (analog zum „quasikardinalen Bruchzahlaspekt“) mit „*drei*“. Der Wert des betreffenden Bruchs als Verhältnis von Zähler und Nenner sagt also etwas aus über den vorhandenen „Platz“ und Zähler und Nenner spezifizieren, wie dieser Platz mit Noten „gefüllt“ wird. Ein Dreiviertel- und ein Sechsachteltakt im selben Stück sind entsprechend gleich lang, erzeugen jedoch unterschiedliche Tonfolgen. Letzteres hängt zudem davon ab, ob der Zähler des Bruchs durch zwei oder durch drei teilbar ist, was unterschiedliche Betonungsfolgen bewirkt (vgl. ebd., S.47).
Neben technischen Anwendungen wird also auch in zunächst „unmathematisch“ scheinenden Bereichen wie der Musik auf Brüche in unterschiedlichen Interpretationen zurückgegriffen, die sich bei näherem Hinsehen gut mit den mathematischen Begriffen zur Deckung bringen lassen. Somit ergibt sich aus dem Blickwinkel dieser Wissenschaften weniger die Notwendigkeit, bei der Thematisierung von Brüchen im Unterricht grundlegend neue oder andere Aspekte zu berücksichtigen, als bisher aus mathematischer Sicht erläutert wurden. Vielmehr zeigen die vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten der Brüche und Bruchzahlen die Möglichkeit und gleichzeitig die Notwendigkeit auf, diese in verschiedener Weise und damit umso fundierter be- und ergreifbar zu machen.

3.1.2 Gegenwartsbedeutung

Nach Klafki ist die Gegenwartsbedeutung eines Unterrichtsinhalts zu bestimmen durch die Frage, welche Bedeutung dieser Inhalt bereits „im geistigen Leben“ (Klafki 1969, S.16) der jeweiligen Schüler einer Lerngruppe „auch und gerade außerhalb der Schule“ (ebd., S.16) hat und „welche Bedeutung (…) er – vom pädagogischen Gesichtspunkt aus gesehen – darin haben“ (ebd., S.16) sollte. Da die Beantwortung dieser Fragen entsprechend eng an die jeweilige Lerngruppe gebunden ist, können im Folgenden nur Beispiele dazu aufgeführt werden, was der Unterrichtsinhalt den verschiedensten Schülern einer fünften Klasse (vgl. Kapitel 3.2.1) bedeuten könnte. Gerade weil es vor allem um außerschulische Bereiche geht, sind solche Beziehungen zum Unterrichtsinhalt entscheidend von der konkreten individuellen Lebenssituation eines jeden Schülers abhängig.

Vermutlich haben Schüler einer fünften Klasse vor allem verschiedene Anwendungssituationen kennengelernt, zu denen Brüche implizit den mathematischen Hintergrund bilden. Wohl jeder Schüler erlebt in und außerhalb der Schule unterschiedliche Situationen, in denen Objekte und Mengen geteilt werden. So gibt man beispielsweise seinen Freunden etwas von Süßigkeiten ab oder teilt sein Schulbrot (möglicherweise gerecht in zwei Hälften) mit jemandem. Vielleicht geschieht dies auch infolge der expliziten Aufforderung eines Erwachsenen, der kleinen Schwester „auch die Hälfte“ abzugeben. Eventuell wissen bereits manche Schüler aufgrund solcher Teilungssituationen, dass man „die Hälfte“ erhält, wenn man ein Ganzes in zwei gleich große Teile teilt. Ebenso, wie Kinder selbst Dinge teilen und abgeben, sind sie manchmal auch diejenigen, die etwas abbekommen und vielleicht dabei darauf achten, wie groß die jeweiligen Anteile sind. Auch Kinder mit schwerer Behinderung können dies erleben, wenn sie beispielsweise beobachten, wie der Geburtstagskuchen in Stücke geschnitten und verteilt wird, bis sie endlich ihr Stück bekommen. Manche Lebensmittel, etwa Schokoladentafeln, erleichtern durch ihre Struktur bereits die Bildung verschiedener „Bruch“-Stücke. Auch werden die meisten Schüler, bewusst oder unbewusst, bereits die Erfahrung gemacht haben, dass beispielsweise ihre Lerngruppe geteilt wird – „die eine Hälfte der Klasse hat heute Schwimmen, die andere Hälfte Kunst“. Zudem treten Brüche in unserem Alltag in verschiedenen Begriffen auf, die sich insbesondere auf Zeiten beziehen. Gerade beim Lernen der Uhr werden Kinder mit „halben“ und „Viertel-“ Stunden und entsprechenden Uhrzeiten („halb Fünf“) konfrontiert. In vielen Sportarten werden Zeitabschnitte ebenfalls mit Brüchen angegeben. Damit ist allerdings nicht gesagt, dass ein Schüler, der sich für Fußball interessiert, den Begriff „Halbzeit“ bewusst mit der Hälfte der Spielzeit verbindet, noch schwieriger sind wohl die „Drittel“ beim Eishockey. Vermutlich ebenso bekannt, aber noch weiter entfernt von einer inhaltlichen Verbindung zu Brüchen dürften die Bezeichnungen „Achtelfinale“, „Viertelfinale“, etc. sein. Bereits aufgeführt wurde das Beispiel der Musik – Schüler, die ein Instrument spielen, haben sicherlich schon einmal etwas vom 4/4-Takt gehört, der Bezug zu Brüchen ist aber auch hier relativ kompliziert (vgl. Kapitel 3.1.1.2). Implizite Verwendung finden Brüche außerdem in vielen kindergeeigneten Computerspielen. Oft wird dort die Anzahl bestimmter „eingesammelter“ Gegenstände im Vergleich zu den insgesamt zu findenden angezeigt, oder die verbleibenden „Leben“ der Spielfigur werden im Verhältnis zur Gesamtzahl dargestellt, was dem Aspekt einer Bruchzahl als „Verhältnis“ entspricht (vgl. Kapitel 3.1.1.1).

Somit erleben wohl die meisten Schüler, wenn auch in unterschiedlichem Ausmaß, für sie bedeutsame Situationen im Alltag, denen implizit Brüche in verschiedenen Aspekten zugrunde liegen. In den allerwenigsten Fällen dürfte dabei jedoch bereits eine Verbindung zwischen dieser realen Welt und der „Zahlenwelt der Brüche“ (Padberg 2009, S.28) hergestellt werden (vgl. ebd., S.28).

Klafki zufolge wäre nun zu überlegen, welche Bedeutung der Unterrichtsinhalt „Brüche“ „vom pädagogischen Gesichtspunkt aus“ (Klafki 1969, S.16) bereits für die Schüler haben sollte. In Anerkennung der im ersten Teil dieser Arbeit erläuterten Zielsetzungen inklusiven Unterrichts erscheint mir diese Überlegung jedoch nicht als sinnvoll, weil es mit dem hier skizzierten Unterrichtskonzept ja gerade darum gehen soll, jeden Schüler mit seinen ganz individuellen Voraussetzungen, Fähigkeiten und Bedürfnissen „dort abzuholen, wo er steht“. Diesbezüglich erscheint es mir für die Unterrichtsgestaltung weniger relevant, zu überlegen, „was pädagogisch eigentlich schon ‚dasein’ sollte“ (Peterßen 2000, S.50), als vielmehr zu diagnostizieren, was bei jedem einzelnen Schüler schon „da ist“ (vgl. dazu Kapitel 3.3).

3.1.3 Zukunftsbedeutung

Hat der Unterrichtsinhalt „eine lebendige Stellung im geistigen Leben (…), in das die Kinder hineinwachsen sollen, oder lässt sich begründen, dass er sie erhalten wird oder erhalten müsste“ (Klafki 1969, S.17)? Diese Frage ist im Folgenden zu erörtern; allerdings nicht, um in utilitaristischer Weise nach Umsetzungs- und

Anwendungsmöglichkeiten außerhalb der Schule zu suchen. Vielmehr ist im Sinne einer „wohlverstandene[n] Allgemeinbildung“ (Peterßen 2000, S.50) zu fragen, ob der jeweilige Inhalt voraussichtlich „im Zögling und im zukünftigen Erwachsenen geistiges Leben wecken, tätiger Geist werden kann“ (Klafki 1969, S.17). Indem diese Frage mit Blick auf die konkrete Lerngruppe beantwortet werden muss, erscheint jedoch bereits fraglich, ob es die *eine* „Bedeutung des Themas für die Zukunft der Kinder“ (Klafki 1969, S.17) überhaupt geben kann, oder ob sie sich vielmehr bei verschiedenen Schülern in verschiedener Weise realisiert.

Zunächst haben Brüche und Bruchrechnung grundlegende Bedeutung für viele Bereiche der Mathematik, entsprechend führt Padberg einige innermathematische „Argumente zur Notwendigkeit der Bruchrechnung mit gemeinen Brüchen“ (Padberg 2009, S.3) an (vgl. ebd., S.3ff.). Er schränkt allerdings bereits ein, diese Argumente würden nur für einen bestimmten Schülerkreis gelten (vgl. ebd., S.3), mithin erfüllen Brüche hier eher den Zweck einer „Spezialausbildung“ (Klafki 1969, S.17). Allenfalls die Möglichkeiten, mithilfe von Brüchen Dezimalzahlen (und damit auch die Prozentrechnung) anschaulich zu fundieren und Wahrscheinlichkeiten anschaulich zu beschreiben, bieten einen allgemeineren Alltagsbezug.

Wie in Kapitel 3.1.2 erläutert, sind Brüche und Bruchzahlen in unserem Alltag in vielfältiger Weise zu finden. Die Erweiterung des Zahlenraums von den natürlichen Zahlen zu den Bruchzahlen kann also als Beitrag zur Lebensbewältigung der Schüler gelten, indem sie den Umgang mit Preisreduzierungen, statistischen Meldungen, Begriffen wie „Halbzeit“, den Uhrzeiten, etc. erhellen kann.

Zu beachten ist jedoch, dass Brüche im Alltag und in der erwähnten mathematischen Anwendung fast ausschließlich in symbolischer Form (in Wort und Schrift) vorkommen. Der Unterrichtsinhalt „Brüche“ kann in diesen Bezügen also nur bedeutsam für die Zukunft derjenigen Schüler sein, die sich überhaupt auf der symbolischen Ebene mit ihm auseinandersetzen können.

Jedoch sind an „Brüchen“ als Thema des Unterrichts auch grundlegendere Einsichten zu gewinnen, die wahrscheinlich bei allen Schülern „geistiges Leben wecken“ (Klafki 1969, S.17) können. Davon ausgehend lässt sich ausmessen, welche Zukunftsbedeutung das Thema in individuellen Ausprägungen für alle Schüler einer heterogenen Lerngruppe haben kann.

So kann etwa das Wissen oder die Erfahrung, dass ein Element eines beliebigen (divisiblen) Größenbereichs stets in gleich große Teile zerlegbar ist, bedeutsam für die Zukunft eines jeden Schülers sein – für den einen kann das bedeuten, zu wissen, dass der auf dem Tisch stehende Kuchen so zerschnitten werden kann, dass er auch ein Stück abbekommt; ein anderer kann Wege finden, selbst verschiedene Größen und Mengen gerecht zu teilen; ein weiterer Schüler kann davon profitieren, zu wissen, dass beliebige natürliche Zahlen nicht nur durch ihre Teiler, sondern durch alle anderen natürlichen Zahlen geteilt werden können.

Eine „lebendige Stellung im [zukünftigen] geistigen Leben“ (Klafki 1969, S.17) der Schüler kann außerdem die in der Auseinandersetzung mit Brüchen zu gewinnende Fähigkeit einnehmen, Teile eines Ganzen in Bezug zu diesem Ganzen zu setzen (vgl. S.38). Auch diese Fähigkeit kann sich in unterschiedlicher Weise realisieren: Für manche Schüler mag sie die Möglichkeit bedeuten, zu erkennen, dass die Brotscheiben aller Schüler vom gleichen Brotlaib abgeschnitten wurden; andere erkennen vielleicht den jeweiligen Tag als Bestandteil einer Woche und diese als Bestandteil eines Monats. Backen je vier Schüler in einer Gruppe eine Pizza und teilen diese in vier gleich große Stücke, sehen sie vielleicht ein, dass gruppenintern gerecht geteilt wurde, auch wenn die Stücke in Gruppe B aufgrund der etwas größeren Pizza etwas größer sind, als die in Gruppe A. Schließlich wird es manchen Schülern möglich, die Tankanzeige im Auto oder andere Größenverhältnisse im Alltag besser zu verstehen; etwa kann eingeschätzt werden, dass $\frac{5000}{20.000}$ Wähler in Stadt A den gleichen Anteil bilden wie $\frac{1000}{4000}$ Wähler in Stadt B.

Somit kann insgesamt konstatiert werden, dass besonders das grundlegende Verständnis eines Bruchs als „Teil vom Ganzen“ bedeutsam für die Zukunft aller Schüler ist, wobei es sich dort in ganz unterschiedlicher Weise „auszahlen“ kann.

3.1.4 Objektseitige Bestimmung des „Gemeinsamen Gegenstandes“

Ausgehend von der vielfältigen Darstellung des Unterrichtsinhalts kann nun die Frage beantwortet werden, welches „der zentrale Prozess [ist], der hinter den Dingen und beobachtbaren Erscheinungen steht und sie hervorbringt“ (Feuser 1989, S.30). Dieses objektseitig bestimmte „Wesen des Gegenstandes“ (Ziemen 2002, S.137) „Brüche“ ist meiner Ansicht nach

das restlose Teilen eines (oder mehrerer) Ganzen in gleich große Teile, von denen eines oder mehrere Teile ausgewählt werden.

Die Annahme, dass dieser Vorgang grundlegend für jeden Bruch ist, korrespondiert mit Padbergs Aussage, der Bruchzahlaspekt „Teil vom Ganzen“ (vgl. S.38) sei „fundamental für das Verständnis des Bruchzahlbegriffes“ (Padberg 2009, S.29).
Zu den sich hinter einem Bruch „verbergenden Invarianzen“ (Ziemen 2002, S.137) gehört zuallererst das Vorhandensein eines oder mehrerer Ganzer, die sich in beliebig große Teile zerlegen lassen. Mathematisch ausgedrückt, muss das betreffende Ganze Element eines „divisiblen Größenbereichs“ sein (vgl. S.40f.). Dieses Ganze muss stets so geteilt werden, dass kein Rest übrig bleibt und dass mehr als null[15] gleich große Teile entstehen, von denen sinnvoller Weise mindestens eins[16] ausgewählt wird. Schließlich muss die Möglichkeit gegeben sein, sämtliche Teile wieder in Bezug zum Ganzen zu setzen.
Soweit also die Analyse der sachstrukturellen Seite des Unterrichts mit der abschließenden objektseitigen Bestimmung des Gemeinsamen Gegenstandes. In Anbetracht der bisherigen Ausführungen sollte jedoch deutlich geworden sein, dass eine ausschließliche Orientierung an dieser Objektseite den Anforderungen eines inklusiven (wie auch jedes anderen) Unterrichts nicht genügen kann, dass sie sogar „ein Paradoxon“ (Feuser 1995, S.176) darstellen würde angesichts der Erkenntnis, dass es nicht „die Strukturen, Funktionen und Bedeutungen der Dinge für den Menschen an sich“ (ebd., S.176) gibt, sondern „ausschließlich nur durch ihn selbst“ (ebd., S.176). Daher wird im Folgenden zunächst kurz erläutert, wie das Thema „Brüche“ gegenwärtig im Schulunterricht behandelt wird und nach Meinung der Bruchrechendidaktik werden sollte, um sich dann ausführlich mit der Frage auseinanderzusetzen, was der Gemeinsame Gegenstand verschiedenen Schülern subjektseitig bedeuten kann, und wie er ihnen erfahrbar gemacht werden kann.

3.2 „Brüche“ als Thema des Schulunterrichts

3.2.1 Verortung in den Lehrplänen

Ein Unterricht, der Schüler in individueller Weise, aber an einem „Gemeinsamen Gegenstand“, lernen und arbeiten lässt (vgl. Kapitel 2.4), kann nicht auf äußerlich

---

[15] Dass die Anzahl der gebildeten Teile größer als Null ist, ergibt sich bei der enaktiven Realisierung von selbst, beim symbolischen Rechnen jedoch nicht zwangsläufig.
[16] Rein mathematisch betrachtet, könnten auch keine dieser Teile ausgewählt werden, der Wert des Bruches wäre dann gleich Null. Auch dies erscheint bei enaktiver Auseinandersetzung mit Brüchen zumindest unwahrscheinlich.

differenzierenden Lehrplänen beruhen, sondern muss von einem gemeinsames Curriculum ausgehen, das mit Blick auf die unterschiedlichen Entwicklungsniveaus aller Schüler individualisiert wird (vgl. Feuser 1999, S.3). Trotzdem soll hier im Sinne einer groben Orientierung kurz darauf eingegangen werden, wie das Thema „Brüche" in aktuellen Lehrplänen verortet wird.

Der nordrhein-westfälische „Kernlehrplan Mathematik für die Sekundarstufe I der Gesamtschule" (Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen[17] 2004) definiert zusammenfassend die Anforderung, dass Schüler am Ende der Sekundarstufe I „Zahlen je nach Situation in unterschiedlichen Darstellungsformen (als Bruch, Dezimalzahl, Prozentzahl und in Zehnerpotenz-schreibweise)" (MfSJK NRW 2004, S.15) verwenden, ordnen und vergleichen können. Zudem sollen sie unter Nutzung von Rechengesetzen mit rationalen und irrationalen Zahlen rechnen können (vgl. ebd., S.15). Vermutlich bildet die Bruchrechnung auch den Hintergrund, um „Dreisatz, Prozentrechnung und Zinsrechnung" (MfSJK NRW 2004, S.16) anzuwenden und relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten zu bestimmen (vgl. MfSJK NRW 2004, S.16). Der Schwerpunkt der Behandlung von Brüchen liegt laut Lehrplan in der fünften und sechsten Klasse. Am Ende von Klasse 6 sollen die Schüler in der Lage sein, „einfache Bruchteile auf verschiedene Weise dar[zustellen]" (ebd., S.20), nämlich enaktiv, ikonisch und symbolisch sowie als „Punkte auf der Zahlengerade" (ebd., S.20), und Brüche als „Größen, Operatoren und Verhältnisse" (ebd., S.20) deuten können. Erwartet wird die Nutzung des Prinzips des Erweiterns und Kürzens von Brüchen, außerdem sollen die Schüler in der fünften und sechsten Klasse lernen, „einfache Brüche" (ebd., S.20) schriftlich und im Kopf zu addieren und zu subtrahieren. Weiterhin sollen sie nach der sechsten Klasse fähig sein, „Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche" (ebd., S.20) zu deuten, sie an der Zahlengerade darzustellen und in die jeweils andere Schreibweise umzuwandeln (vgl. ebd., S.20). Ziel ist es außerdem, natürliche Zahlen und Brüche „an Beispielen miteinander in Beziehung setzen" (ebd., S.18) zu können. Am Ende der Jahrgangsstufe 8 soll den Schülern dann der gesamte Bereich der rationalen Zahlen zur Verfügung stehen, um damit Grundrechenarten auszuführen, lineare Gleichungen zu lösen sowie inner- und außermathematische Probleme bearbeiten zu können (vgl. ebd., S.24). Hier wird zudem die Kenntnis „außermathematische[r] Gründe und Beispiele für die Zahlbereichserweiterung von

[17] Im Folgenden kurz: MfSJK NRW.

den natürlichen zu den rationalen Zahlen“ (ebd., S.24) angestrebt. Schließlich sollen Schüler von Erweiterungskursen nach der zehnten Klasse in der Lage sein, rationale und irrationale Zahlen zu unterscheiden (vgl. ebd., S.29).
In weiteren Lehrplänen für die Sekundarstufe I der Gesamtschule werden Brüche nicht explizit erwähnt, es kann jedoch angenommen werden, dass sie den impliziten mathematischen Hintergrund bilden, um etwa im Fach Arbeitslehre im Bereich „Ernährung in Theorie und Anwendung“ Gerichte nach Rezept kochen zu können (vgl. Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen 1998, S.39), oder bei der „Verbrauchererziehung“ Geldausgaben anteilig zu vergleichen (vgl. ebd., S.39).
Im Kapitel „Mathematik“ der vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultur[18] herausgegebenen Lehrpläne für die Grund- und Hauptstufe des Förderschwerpunkts Geistige Entwicklung (BSfUK 2003) finden Brüche kaum explizite Erwähnung, es lassen sich aber Bezüge zu ihnen zugrunde liegenden Vorstellungen herstellen. So geht es im Bereich der Symmetrie darum, Figuren und Flächen symmetrisch zu verdoppeln oder zu halbieren (vgl. BSfUK 2003, S.166). Bei der Addition sollen unter anderem Teilmengen einer Menge addiert werden (vgl. ebd., S.170), was eine Grundlage dafür bildet, einen Bruch als „Teil vom Ganzen“ zu verstehen. Auch die Thematisierung der Subtraktion von Teilen einer Gesamtmenge verweist auf diesen Aspekt. Das Verständnis der Multiplikation als wiederholte Addition gleicher Mengen (vgl. BSfUK 2003, S.171) ist fundamental für die umgekehrte Fähigkeit, eine beliebige Menge in gleich große Bruchstücke zerlegen zu können. Schließlich ist es naturgemäß besonders der Bereich der Division, der die deutlichsten Bezüge zu Brüchen bietet. Neben dem „gerechten“ (BSfUK 2003, S.171) Ver- und Aufteilen verschiedener Mengen wird hier explizit das „Halbieren, Dritteln, Vierteln“ (ebd., S.172) von konkreten Gegenständen als Lerninhalt angeführt. Zudem sollen die Schüler die „[Bruch-]Schreibweise beim Teilen eines Ganzen kennen“ (ebd., S.172). Thema im erweiterten Zahlenraum soll unter anderem die Tatsache sein, „dass die Division durch zwei zum gleichen Ergebnis führt wie das Halbieren“ (ebd., S.175). Im Themenfeld „Größen“ wird unter anderem Bezug auf Volumina genommen; Die Schüler sollen diesbezüglich „Mengenangaben auf Rezepten lesen und verstehen“ (ebd., S.179), „die Markierungen am Messbecher: ‚½ l’, ‚$^1\!/_4$ l’ und ‚¾ l’ lesen und verstehen“ (ebd.,

[18] Im Folgenden kurz: BSfUK.

S.179) und bei der Angabe von Flüssigkeiten auch die „Kommaschreibweise" (BSfUK 2003, S.179) kennen.

In aktuellen Schulbüchern für Haupt- und Realschulen sowie Gymnasien werden Brüche und Bruchrechnung vor allem in den Schuljahren 5 und 6, teilweise auch noch in der siebten Klasse, thematisiert (vgl. Padberg 2009, S.24).

3.2.2 Zentrale Aussagen der modernen Bruchrechendidaktik

Padbergs „Didaktik der Bruchrechnung" zufolge ist es von fundamentaler Bedeutung für eine erfolgreiche Behandlung von Brüchen und Bruchrechnung im Unterricht, „anschauliche Grundvorstellungen für den Bruchzahlbegriff (einschließlich Erweitern und Kürzen), für den Größenvergleich sowie für die vier Rechenoperationen sorgfältig zu erarbeiten" (Padberg 2009, S.156). Dabei seien auch die in Kapitel 3.1.1.1 erwähnten „Grundvorstellungsumbrüche" (ebd., S.152) beim Übergang von den natürlichen zu den positiven rationalen Zahlen sowie die Einbettung ersterer in die Menge der letzteren gründlich und mit allen Schülern zu thematisieren, um diesbezügliche Fehlvorstellungen zu vermeiden (vgl. Padberg 2009, S.152). Insbesondere aufgrund nur geringer Vorkenntnisse vieler Schüler vor allem bezüglich der Verbindung zwischen realer Welt und der Zahlenwelt der Brüche, sei es wichtig, den Schülern die Möglichkeit zu geben, sich in vielfältiger und anschaulicher Weise eigenaktiv mit Brüchen auseinanderzusetzen, um ein grundlegendes und fest verankertes inhaltliches Verständnis von Brüchen und den zugehörigen Operationen zu entwickeln (vgl. Padberg 2009, S.52; S.63). Motiviert werden könne diese Auseinandersetzung oft von Anwendungssituationen her (vgl. ebd., S.72). Zur Entwicklung eines umfassenden Bruchzahlverständnisses sei es wichtig, alle Aspekte des Bruchzahlbegriffes zu thematisieren (ebd., S.32) und auch darauf einzugehen, dass sich nicht „alle Dinge gerecht verteilen lassen" (ebd., S.36). Formale Regeln und Definitionen sollen nicht im Vordergrund stehen, sondern erst spät abgeleitet werden im Sinne einer „Denkentlastung für ein inhaltlich längst mit Sinn gefülltes und vertrautes Konzept" (Prediger 2006, zit. nach Padberg 2009, S.52), damit schematisierte Regeln auf der symbolischen Ebene die semantische Ebene nicht dominieren, sondern sich „dauerhafte Verbindungen zwischen der Argumentation auf der symbolischen Ebene und passenden anschaulichen Strategien" (ebd., S.67) bilden. Gefestigt werden soll das Verständnis für Brüche und Bruchzahlen durch variationsreiches Üben in verschiedenen Aufgaben, Spielen etc. (vgl. Padberg 2009, S.56).

3.3 „Vermittlung“ von Objekt- und Subjektseite

3.3.1 Subjektseitige Bestimmung des „Gemeinsamen Gegenstands“

Wie bereits angedeutet, kann in Anerkennung von Feusers Ausführungen nicht davon ausgegangen werden, dass die sachstrukturelle Seite „eine vom Subjekt losgelöste Gegebenheit ist, die als solche zu analysieren und den Schülern zu vermitteln wäre“ (Feuser 1995, S.183). Vielmehr ist „die Erkenntnis der objektiven Realität durch die subjektive Sinnbildung konstituiert“ (Feuser 1995, S.183); jeder Schüler schreibt der (vermeintlich) objektiven Realität auf der Basis seines persönlichen Sinns und damit aus Sicht seiner Biographie und auf seinem individuellen Entwicklungsniveau Bedeutungen zu und gelangt so zu einer – damit stets subjektiv gebrochenen – Erkenntnis von Welt (vgl. Feuser 1995, S.176f.).

Folglich ist auch für den objektseitig bestimmten Gemeinsamen Gegenstand zu fragen, was er verschiedenen Schülern auf ihrem individuellen Entwicklungsniveau und vor dem Hintergrund ihrer individuellen Biographie, zusammengefasst in ihrer „aktuellen Zone der Entwicklung“ (Wygotski), subjektseitig bedeuten kann. Im Hinblick auf den Lernprozess kann davon ausgehend abgeschätzt werden, welche Bedeutung der Gemeinsame Gegenstand für einen Schüler in der im Lernprozess angestrebten jeweiligen „Zone der nächsten Entwicklung“ haben kann, damit Lernen „Schrittmacher der Entwicklung“ (Wygotski 1964, zit. nach Feuser 1995, S.186) sein kann.

In Abwesenheit konkreter Schüler wird die Frage nach der subjektseitigen Bedeutung des Gemeinsamen Gegenstands in einer bestimmten „Zone der aktuellen Entwicklung“ im Folgenden erörtert mit Bezug auf die „Stufen der dominierenden Tätigkeit“ nach Leontjew als „grobe Orientierung“ (Ziemen 2002, S.135) über „die Art und Weise, wie ein Subjekt sich mit der realen Welt vermittelt“ (ebd., S.135), wobei diese Stufen unabhängig vom Lebensalter der Schüler gesehen werden. Auf den Einfluss individueller Biographien und sich daraus ergebende emotionale und motivationale Aspekte kann nur in Form von Beispielen eingegangen werden.

3.3.1.1 „Wahrnehmungstätigkeit“ [19]

Ein Schüler, dessen „dominierende Tätigkeit“ die Wahrnehmung ist, erlebt sich sicherlich oft als (mehr oder weniger passiven) Empfänger in Situationen, in denen ein Ganzes geteilt wird. Dies kann für ihn bedeuten, seinen Anteil an einem gemeinsamen Ganzen (beispielsweise einem Geburtstagskuchen für die ganze Klasse) abzubekommen, oder über einen Teil seines eigenen Ganzen verfügen zu können (beispielsweise beim löffelweisen Füttern oder beim Kleinschneiden seines Brotes). In beiden Fällen sind die gebildeten Teile jedoch nicht immer (exakt) gleich groß. Das Teilen bedeutet für den betroffenen Schüler vor allem die Transformation eines Ganzen, welches für ihn mehr oder weniger von Bedeutung ist, in seine Teile, über die er dann verfügen kann. Diese Transformation ist somit für ihn meist bedürfnisbefriedigend und wird von einer Bezugsperson durchgeführt. Besonders bedeutsam aus Sicht des Schülers können dabei, je nach seinem subjektiven Interesse und auch unter Anregung verschiedener Sinne, unterschiedliche Ganze sein, die geteilt werden: Bestimmte wohlschmeckende Lebensmittel (s.o.), der Platz unter der warmen Decke, wenn in der Klasse ein Film geschaut wird, oder die große Schneekugel, von der er auch eine Handvoll an der Wange spüren kann. Analog, aber vielleicht etwas schwächer in der Bedeutung, nimmt der Schüler sicher auch wahr, wie Dinge in seiner Umgebung geteilt werden, zu denen er selbst keinen unmittelbaren Bezug hat.

3.3.1.2 „Manipulierende Tätigkeit“

Auf der Stufe der „manipulierenden Tätigkeit“ bedeutet das Teilen von Ganzen sicherlich ebenfalls in hohem Maße eine durch Andere durchgeführte Tätigkeit zur eigenen Bedürfnisbefriedigung (s.o.), wobei vielleicht der Schüler selbst bereits in Ansätzen aktiv sein kann; dies, indem er beispielsweise bestimmte Lebensmittel schon als Ganze erkennt und in einer ihm möglichen Weise mitteilt, dass er einen Teil dieses bestimmten Ganzen haben möchte (oder nicht), oder er selbst einen Teil eines Apfelstücks abbeißen kann. Es kann angenommen werden, dass der Schüler außerdem verstärkt Situationen erlebt, in denen er selbst eigenaktiv, wenn auch nicht immer intendiert, Ganze in Teile zerlegt. Somit wird das Teilen eines Ganzen, das den wesentlichen Aspekt des objektseitig bestimmten „Gemeinsamen

[19] Die Charakteristika der einzelnen Stufen der „dominierenden Tätigkeit“ werden hier im Allgemeinen nicht näher erläutert; für eine Zusammenfassung vgl. Jantzen 2007, S.198ff.

Gegenstandes“ darstellt, für ihn zu einer Tätigkeit, die er selbst in Ansätzen und mit manchen Objekten durchführen kann. Je nach Kontext bedeutet das restlose Teilen eines Objekts ein neu erfahrenes Resultat einer Handlung (Zerbröseln eines Kekses, Zerreißen von Papier), das jedoch nicht immer ohne Weiteres erreicht werden kann (beispielsweise mit Steinen, Apfelsinen, u.a.), die Lösung eines „elementaren Problems“ (Jantzen 2007, S.199) (Zerbrechen eines großen Kekses in essbare Stücke), oder auch eine negativ sanktionierte Handlung (Herunterwerfen eines Glases).

3.3.1.3 „Gegenständliche Tätigkeit“

In dem Maße, wie auf dieser Entwicklungsstufe das Erschließen und Nutzen funktionaler Eigenschaften als konstante Bedeutungen von Gegenständen im Vordergrund steht (vgl. Jantzen 2007, S.199), kann die Möglichkeit, bestimmte Gegenstände in Teile zu zerlegen, oder mehrere Gegenstände zu einem neuen Ganzen zusammenzufügen, sicherlich auch im Sinne einer funktionalen Eigenschaft und konstanten Bedeutung ebendieser Gegenstände wahrgenommen werden. Duplo-Steine oder Bauklötze beispielsweise lassen sich zu Türmen und Gebilden zusammensetzen, die wiederum mehr oder weniger einfach in ihre Einzelteile geteilt werden können. Die Erkenntnis von „Teilbarkeit“ beziehungsweise „Kombinierbarkeit“ als funktionale Eigenschaft mancher Gegenstände kann bedeutsam sein für die Anfänge produktiver Tätigkeiten, auch zur oben erwähnten Lösung „elementarer Probleme“ (vielleicht kann nun eine Salzstange eigenaktiv und bewusst zerbrochen werden, um sie zu essen), und Anfänge des Spiels (etwa das stetige Bauen und Umwerfen von Türmen). Vielleicht wird auf dieser Stufe der „dominierenden Tätigkeit“ das Teilen von Objekten in (nicht immer gleich große Teile) auch wahrgenommen als Funktion bestimmter Werkzeuge, die Erwachsene benutzen (beispielsweise Schere, Messer oder Säge) und diese werden in ersten Ansätzen selbst benutzt.

3.3.1.4 „Spiel“

Auf dieser Entwicklungsstufe bietet das Spiel dem Schüler die Möglichkeit, die Welt ab- und umzubilden und sich dabei ihre Bedeutungen anzueignen (vgl. Jantzen 2007, S.200). Das Teilen von Ganzen in gleich große Teile ihrer selbst bildet für

Schüler hier wohl vor allem ein (meist) lustbringendes Prinzip vieler Spiele: Insbesondere beim Puzzeln, aber auch beim Quartett, sowie bei Lego und Duplo-Bausätzen geht es darum, ein Ganzes aus seinen (nicht immer gleich großen) Teilen zusammenzusetzen oder es zu teilen. Außerdem erhält das Teilen von Ganzen (etwa durch Falten, Schneiden) und das Vervielfachen von Teilen (etwa durch Falten und Stempeln) Bedeutung als kreative Tätigkeit, für die entsprechende Werkzeuge benutzt werden können. Zudem erlangt das Teilen von Ganzen eine Bedeutung in sozialen Beziehungen. Einerseits sieht der Schüler vielleicht in dem Maße, in dem er sich verstärkt mit seiner sozialen Umwelt, etwa den anderen Schülern, auseinandersetzt, sich selbst zunehmend als Teil eines Ganzen, etwa der Lerngruppe. Andererseits wird infolge des Ausbaus sozialer Beziehungen das Teilen von Ganzen zu einer sozialen Frage oder Herausforderung, indem Verteilungssituationen ausgehandelt werden müssen: Wie viel (d.h. welchen Anteil) bekomme ich ab, wie viel die anderen? Diese und ähnliche Fragen treten vermehrt in realen Situationen (mit Geschwistern, Mitschülern, Eltern) auf und werden auch in Rollenspielen als Bestandteil der „Erwachsenenwelt“ behandelt.
Insgesamt hat das Teilen eines Ganzen in gleich große Teile also nicht mehr nur eine „persönliche“ (Wie bekomme ich ein Teil des Ganzen?) und „technische“ (Was lässt sich wie teilen und zusammensetzen?), sondern vermehrt auch eine soziale Bedeutung, womit die Frage nach der (gerechten) Größe der einzelnen Teile des Ganzen verstärkt Beachtung erfährt.

3.3.1.5 „Lernen“: Schulalter

Nach Jantzen ist das Kind auf der Entwicklungsstufe des „Lernens“ in der Lage, sich „sozialhistorisch gewordene Mittel wie Beherrschung der Schriftsprache, mathematische Fähigkeiten und Kenntnisse“ (Jantzen 2007, S.200) und weitere mehr anzueignen. Allerdings zeigt die Realität, dass die schulische Aneignung dieser Fähigkeiten und Kenntnisse individuell sehr unterschiedlich verläuft und folglich keinesfalls alle Kinder, die die Schule besuchen, auf derselben Entwicklungsstufe stehen (vgl. Kapitel 2.2) – die folgenden Ausführungen treffen also für verschiedene Schüler in ganz unterschiedlicher Weise zu.
Durch die Aneignung mathematischer Fähigkeiten und Kenntnisse werden Verhältnisse der realen Umwelt mit mathematischen Symbolen (Zahlen und Rechenzeichen) beschreibbar. Verteilungs- und Aufteilungssituationen in der

Umwelt können also mit Divisionsgleichungen „hinterlegt“ werden. Allerdings ist dies auf der symbolischen Ebene auf Fälle beschränkt, in denen der Divisor kleiner ist als der Dividend (etwa 8:4) – die Teilung *einer* Pizza in vier Teile hat vielleicht große persönliche Bedeutung, kann aber mathematisch noch nicht adäquat beschrieben werden. Im Umkehrschluss bedeuten Teilungssituationen eine Möglichkeit, die symbolische Division zu veranschaulichen.
Außerdem werden in dieser Phase „sozial gewordene Strukturen von (…) Moral“ (Jantzen 2007, S.200) für das Kind aneigenbar. Dies kann dazu führen, dass Teilungssituationen verstärkt zum Gegenstand moralischer Reflexionen und Überlegungen werden hinsichtlich der Frage, welche Aufteilungen warum gerecht sind, und welche nicht. Möglicherweise kommt hier in Ansätzen das Verhältnis von Teilen zum jeweiligen Ganzen in den Blick.

3.3.1.6 „Lernen“: Frühes Jugendalter

Auch anhand der Charakteristika dieser Stufe der „dominierenden Tätigkeit“ ist nicht eindeutig festzulegen, was der objektiv bestimmte Gemeinsame Gegenstand verschiedenen Schülern subjektseitig bedeuten kann. Da Brüche ein zentrales Thema des Mathematikunterrichts im fünften und sechsten Schuljahr sind (vgl. Kapitel 3.2.1) muss hier mindestens danach differenziert werden, ob Brüche bereits aus dem Schulunterricht bekannt sind.
Ist Letzteres noch nicht der Fall, steht der Gemeinsame Gegenstand für den betreffenden Schüler wohl weiterhin in Verbindung mit alltäglichen Teilungssituationen, die wahrscheinlich zunehmend sicherer mit mathematischen (Divisions-) Gleichungen „hinterlegt“ werden. Ergebnisse solcher Teilungen können auf mathematischer Ebene nur natürliche Zahlen sein – etwa, wenn 10 € mit der kleinen Schwester geteilt werden (5 € für jeden), oder 17,5 kg Futter für das Pflegepferd auf die 7 Tage der Woche aufgeteilt werden müssen (2500 g pro Tag). Jedoch sind aus dem Alltag wahrscheinlich auch Teilungssituationen im Sinne des Gemeinsamen Gegenstands bekannt, die nicht mathematisch, aber vielleicht bereits anschaulich gelöst werden können, beispielsweise das Teilen einer Pizza in acht gleich große Teile. Im Hinblick auf den „sozialen Aspekt“ kann auf Basis der Zahlkenntnisse vielleicht erschlossen werden, dass ein Ganzes „gerecht“ verteilt wurde, wenn jeder die gleiche Anzahl gleich großer Teile erhält (oder vielleicht auch eine halb so große Anzahl doppelt so großer Teile).

Mit der Einführung von Brüchen und Bruchzahlen im Mathematikunterricht können Teilungssituationen als Vorgänge, deren Resultat auf symbolischer Ebene mit einem Bruch beschrieben werden kann, interpretiert werden: Beim Verteilen einer Pizza an acht Personen bekommt jeder $\frac{1}{8}$ der Pizza. Zudem werden Teilungssituationen im Sinne des Gemeinsamen Gegenstandes nun infolge der Auseinandersetzung mit Brüchen vielleicht auch als Grundlage mancher Alltagssituationen und -begriffe erkannt (etwa „Achtelfinale", „Halbzeit", oder „Viertelnote"). In Kenntnis des Erweiterns und Kürzens sowie der Gleichwertigkeit verschiedener Brüche können wahrscheinlich unterschiedliche Teilungssituationen und -ergebnisse als gleichwertig beurteilt werden.
Auf beiden hier grob unterschiedenen Stufen mathematischer Kenntnisse kann zudem vermutet werden, dass Teilungssituationen vor dem Hintergrund des Nachdenkens über die eigenen Lebensbedingungen (vgl. Jantzen 2007, S.200) in einem größeren Rahmen unter dem Aspekt der Gerechtigkeit betrachtet werden - mit Blick auf die Gesellschaft könnte zum Beispiel gefragt werden, warum der (An-)Teil von Frauen in Führungspositionen deutscher Unternehmen deutlich geringer ist als der Teil der Männer.

3.3.1.7 „Arbeit"

Auf diesem Entwicklungsniveau ist davon auszugehen, dass sich die Entwicklung der einzelnen Schüler noch weiter individualisiert, da ihr Verhalten sich zunehmend an selbst gesetzten Kriterien ausrichtet (vgl. Jantzen 2007, S.201). Entsprechend können Teilungssituationen für den einen Schüler in Form von Brüchen und der Bruchrechnung die Grundlage weiterer mathematischer Kenntnisse wie Dezimalzahlen, Wahrscheinlichkeitsrechnung oder Algebra bedeuten. Für einen anderen Schüler mögen Teilungssituationen im Sinne des Gemeinsamen Gegenstands einen Bereich der eigenen Lebensplanung (etwa zur Zeiteinteilung oder Berechnung monatlicher Ausgaben in Bezug zum Gehalt) darstellen, der mithilfe von Brüchen systematisch angegangen werden kann. In dem Maße, in dem sich Freundschaften und Beziehungen weiterentwickeln (vgl. Jantzen 2007, S.201), können Teilungssituationen zudem starke soziale Bedeutung bekommen – in persönlicher Hinsicht, beispielsweise in Form der Einstellung, alles stets gerecht mit seinen Freunden zu teilen, und eventuell auch in globaler Hinsicht, verbunden mit der „Herausbildung einer Weltanschauung" (Jantzen 2007, S.201).

3.3.2 Handlungsmöglichkeiten mit dem „Gemeinsamen Gegenstand“

Ausgehend von den Überlegungen dazu, was „*das restlose Teilen eines (oder mehrerer) Ganzen in gleich große Teile, von denen eines oder mehrere Teile ausgewählt werden“* (vgl. Kapitel 3.1.4) Schülern auf Basis ihrer „aktuellen (und „vergangenen“, vgl. Ziemen 2002, S.136) Zone der Entwicklung“ und im Hinblick auf die jeweilige „nächste Zone der Entwicklung“ subjektseitig bedeuten kann, ist nun zu klären, wie Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten gestaltet werden können, „so dass der ‚Gemeinsame Gegenstand’ allen Schülern entsprechend ihrem momentanen Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungsniveau subjektiv erfahrbar und fassbar wird“ (Feuser 2004, S.150).

Der Gemeinsame Gegenstand muss also jedem Schüler von seiner „aktuellen Zone der Entwicklung“ aus zugänglich sein. Gleichzeitig soll so viel Neues geboten werden, dass Lernen in Orientierung auf die individuelle „nächste Zone der Entwicklung“ stattfinden kann. Überdies sollen sich die Schüler in Kooperation mit dem Gemeinsamen Gegenstand auseinandersetzen können (vgl. Kapitel 2.3.2.1).

Inhaltliches Ziel im Kontext dieser Arbeit ist es dabei, dass sich alle Schüler durch die Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten in individueller Weise einem grundlegenden Verständnis von Brüchen als „Teil vom Ganzen“ (vgl. Kapitel 3.1.1.1) nähern können. In Anerkennung von Padbergs Forderungen (vgl. Kapitel 3.2.2) wird dabei auch für die Schüler, die sich bereits auf der symbolischen Ebene mit Anzahlen und Teilungssituationen auseinandersetzen können[20], die anschauliche Ebene als wichtiges Fundament für den Aufbau eines Verständnisses von Brüchen erachtet und entsprechend betont.

In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten zunächst stets zusammenfassend beschrieben. Anschließend wird darauf eingegangen, welche Lernmöglichkeiten sich dabei für Schüler auf unterschiedlichen Entwicklungsniveaus bieten. Bezugspunkt dieser Überlegungen sind die in Kapitel 3.3.1 grob umrissenen Stufen der „dominierenden Tätigkeit“ sowie die damit zusammenhängende mögliche subjektseitige Bedeutung des Gemeinsamen Gegenstandes für den jeweiligen Schüler, wobei die Stufe der „Arbeit“ nicht berücksichtigt wird, da Brüche, wie in 3.2.1 erwähnt, überwiegend Thema des Schulunterrichts der fünften bis siebten Klasse sind. Zu jeder Handlungsmöglichkeit wird die Frage beantwortet, welche Tätigkeiten, Erlebnisse

[20] In Bezug auf die Stufen der „dominierenden Tätigkeit“ sind dies vor allem die Schüler auf der Stufe des „Lernens“ (vgl. Kapitel 3.3.1).

und Erkenntnisse, ausgehend von der jeweiligen „aktuellen Zone der Entwicklung“ eines Schülers, in seiner „nächsten Zone der Entwicklung“ liegen und ihm damit Lernen ermöglichen könnten. Dabei ist zu beachten, dass diese Beschreibungen nicht ausschließend gedacht sind – auch für einen Schüler, der sich schon in abstrakt-logischer Form mit Brüchen auseinandersetzt, können entsprechende materielle Handlungen sinnvolle Lerninhalte sein. Im Sinne eines Verständnisses von Lernen als Prozess zunehmender Verinnerlichung (vgl. Feuser 1995, S.178) wird zudem darauf eingegangen, auf welcher Abstraktionsebene im Sinne der „Etappen der Ausbildung geistiger Operationen“ nach Galperin (vgl. Feuser 1995, S.177) der Gemeinsame Gegenstand für die Schüler erfassbar wird[21].

3.3.2.1 Kuchen backen

Beim Backen eines Pflaumen- oder Apfelkuchens wird das Teilen von Ganzen im Sinne des Gemeinsamen Gegenstandes in erster Linie konkret durchführbar und erfassbar. Im Blickpunkt steht dabei jedoch auch die genaue Art der Teilung – beispielsweise müssen die Äpfel geachtelt und die Pflaumen halbiert werden.
Die benötigten Zutaten, insbesondere die Anzahl der Äpfel oder Pflaumen, müssen zunächst aus dem Rezept (s. Anhang) entnommen werden. Zur Herstellung des Kuchenteiges müssen die Zutaten teilweise mit Hilfsmitteln wie Messbecher oder Esslöffel abgemessen werden. Einzig die 250 g Margarine können so nicht bestimmt werden; Dazu ist es notwendig, die in einer 500 g-Packung enthaltene Margarine in der Mitte zu teilen. Nachdem der Teig gemäß dem Rezept gemischt und geknetet wurde, muss die Menge insgesamt gedrittelt werden: Zwei Drittel werden zum Auskleiden der (runden) Springform benutzt, das verbleibende Drittel wird mit der Hand in kleine Streusel zerbröselt. Das Obst für den Belag des Kuchens wird zuerst gewaschen. Der Darstellung im Rezept folgend, werden Pflaumen längs halbiert und der Stein entfernt; Äpfel werden geschält, längs des Kerngehäuses in zwei Hälften geschnitten, diese werden halbiert und die entstehenden Viertel wiederum halbiert. Das geschnittene Obst wird flach auf dem Teig verteilt, darüber werden die Streusel gestreut. Nach dem Backen ist die Frage

[21] Zu beachten sind hier die Parallelen zu den Repräsentationsarten von Brüchen, die Padberg in Bezug auf Lesh beschreibt (vgl. Padberg 2009, S.32). Die dortigen, nicht hierarchisch angeordneten Ebenen sind: „Materialien, Alltags-/ Umweltsituationen, Bilder, gesprochene Symbole, geschriebene Symbole“ (Padberg 2009, S.32; Reihenfolge durch Verf. verändert).

zu klären, wie der Kuchen gerecht an die hungrigen Schüler und Lehrer verteilt, also in entsprechend viele gleich große Stücke geschnitten werden kann.
Ein Schüler, dessen „dominierende Tätigkeit“ die Wahrnehmung ist, kann beim Backen eines Kuchens vielleicht Erfahrungen machen, die seine Orientierungsgrundlage im Hinblick auf den Gemeinsamen Gegenstand bereichern. So kann er die Äpfel oder Pflaumen zunächst als Ganze visuell wahrnehmen, riechen und davon probieren, wozu es notwendig ist, sie zu zerschneiden. Ebenso kann er beobachten und auch hören, wie die anderen Schüler das Obst etwa auf Schneidebrettchen zerschneiden. Der Vorgang des Teilens im Sinne eines Prozesses, der vom Ganzen zu dessen Teilen führt, wird also in sinnlich-konkreter Weise wahrnehmbar und erfahrbar.
Für einen Schüler auf der Stufe der „manipulierenden Tätigkeit“ rückt durch das Probieren eines Stücks Apfel oder Pflaume vielleicht ebenfalls die Tatsache in den Blick, dass das jeweilige Ganze zerschnitten werden muss, damit er davon essen kann. Vielleicht kann er davon ausgehend in Kooperation mit einem anderen Schüler selbst versuchen, einen Apfel zu zerschneiden. Außerdem könnte es ihm möglich sein, das Drittel des Kuchenteigs mit den Händen in kleine Streusel zu zerbröseln, hier also ebenfalls erste Erfahrungen mit materiellen Handlungen im Sinne des Gemeinsamen Gegenstandes zu machen.
Ein Schüler auf der Stufe der „gegenständlichen Tätigkeit“ kann seine Fähigkeiten im Teilen beziehungsweise Zerschneiden von Objekten vermutlich bereits etwas festigen, wobei ihm zusammen mit einem anderen Schüler vielleicht das Zerteilen eines Apfels oder einer Pflaume in zwei Hälften möglich ist. Möglicherweise kann er im Verlauf des gemeinsamen Backens das Schneiden des Obstes mit den ikonischen Darstellungen im Rezept in Verbindung bringen, also ein Stück weit von der materiellen in Richtung der materialisierten Handlung abstrahieren.
Ein Schüler auf der Stufe des „Spiels“ kann, wenn er selbst in der Lage ist, selbstständig oder angeregt durch die ikonischen Darstellungen im Rezept Pflaumen oder Äpfel bewusst in zwei gleich große Teile zu schneiden, vielleicht seinen Mitschülern helfen, dies auch zu tun. Indem er es ihnen demonstriert und dies gegebenenfalls sprachlich begleitet, sichert und vertieft dieser Schüler auch sein eigenes Wissen darüber, was es bedeutet, ein Objekt in zwei gleich große Teile zu teilen. Dies bildet die anschauliche Basis dafür, später das Wesen des Bruchs $\frac{1}{2}$ im Sinne eines „Teils vom Ganzen“ auf symbolischer Ebene zu verstehen. Weiterhin gilt es, einen Weg zu finden, die Teilungen fortzusetzen, bis acht gleich große

Stücke aus einem Apfel entstanden sind. Dabei kann der Schüler vielleicht auf anschaulicher Ebene nachvollziehen, wie durch das wiederholte Zerteilen gleich großer Ganzer in je zwei gleich große Teile stets wieder mehrere ebenfalls gleich große Teile entstehen können. Ebenfalls auf der sinnlich-konkreten Ebene kann der Schüler vielleicht dazu beitragen, den gesamten Kuchenteig in drei etwa gleich große Mengen zu teilen.

Auf der Ebene des „Lernens“ könnte ein Schüler in der Lage sein, die Angaben des Rezepts zu lesen und die Zutaten des Teiges entsprechend zu mischen. Hier kann das Abmessen von 250 g Margarine aus einer 500 g fassenden Packung[22] eine Herausforderung sein, die vielleicht die Nutzung eines basalen Konzepts von „Hälften“ anregen kann: 500 g ist gleich $2 \cdot 250$ g, wenn die Margarine der Packung also in 2 gleich große Teile geteilt wird, müsste eines davon 250 g entsprechen. Das Benutzen eines Messbechers kann die Aufmerksamkeit des Schülers vielleicht auf die Brüche lenken, die neben den entsprechenden Mengen Mehl und Zucker meist angegeben sind; ob er diese abstrakten Zeichen auf Basis seiner Erfahrungen und Kenntnisse selbstständig mit Inhalt füllen kann, sei jedoch dahingestellt. Eventuell hilft hier ein Schüler, der bereits weitergehendes Wissen über Brüche hat. Zudem kann ein Schüler auf der Stufe des „Lernens“ sich am Achteln der Äpfel beteiligen und dabei vielleicht erkennen, dass und wie man durch wiederholtes Halbieren stets eine gerade Anzahl gleich großer Teile eines Ganzen erhält.

Wenn ein Schüler bereits über ein fundamentales Verständnis von Brüchen verfügt, kann er dieses beim Backen des Kuchens auf verschiedene Weise vertiefen. Beispielsweise könnte er die Pflaumenhälften auf dem Kuchen zählen und errechnen, ob im Vergleich zur anfangs vorhandenen Anzahl ganzer Pflaumen Hälften fehlen – wer hat genascht? Das Achteln der Äpfel kann ihm das Verhältnis zwischen Halben, Vierteln und Achteln anschaulich vor Augen führen. Anlass zu vertiefenden Überlegungen in Bezug auf Brüche als „Teil vom Ganzen“ könnte außerdem das Problem sein, das entsteht, wenn von 12 erwarteten „Kuchen-Essern“ nur 8 kommen. Auf anschaulicher und symbolischer Ebene können dann Wege gesucht werden, die bereits geschnittenen $\frac{12}{12}$ so zu zerteilen, dass sie auch an acht Personen gerecht verteilt werden können.

[22] Natürlich könnte auch von vornherein eine 250 g-Packung eingekauft werden; hier muss die Lehrkraft also etwas „nachhelfen“, um die Lernmöglichkeit zu gestalten. Allerdings kann der Kauf der größeren 500 g-Packung ja durchaus realistisch begründet werden (Ersparnis u.a.).

Wie beim Verteilen einer Pizza, kann auch die Frage nach der gerechten Verteilung des Kuchens allen Schülern ein Lerninhalt in Bezug auf den Gemeinsamen Gegenstand sein: Auf der Ebene der Wahrnehmung wird das Zerteilen als notwendiger Vorgang erlebt, um den Kuchen, der so gut riecht, auch essen zu können. Für einen Schüler auf der Stufe der „manipulierenden Tätigkeit" bedeutet es ebenfalls die Möglichkeit, nicht nur Streusel zu naschen, sondern sein eigenes Stück Kuchen zu bekommen, dass er dann mit der Gabel weiter zerteilen kann. Ein Schüler auf der Stufe der „gegenständlichen Tätigkeit" kann vielleicht zusammen mit einem, dessen „dominierende Tätigkeit" das Spiel ist, beurteilen, ob die geschnittenen Stücke tatsächlich gleich groß sind. Letzterer kann zudem Erfahrungen sammeln in Bezug auf systematische Teilungen eines Ganzen (Halbieren oder Vierteln), wenn er diese beobachtet oder selbst ausführt. Ein Schüler auf der Stufe des „Lernens", der vielleicht schon über grundlegende Einsichten verfügt, wie man beispielsweise eine Vierteilung aus einer Zweiteilung gewinnen kann, dürfte diese Vorstellungen weiter vertiefen können, indem er beispielsweise einen Weg findet, 16 Teile herzustellen, und sich fragt, wie weit dies fortgeführt werden kann, oder das Problem auftaucht, dass die gewünschte Zahl an Kuchenstücken mit dieser Art der Teilung nicht erreicht werden kann.

3.3.2.2 Plätzchen backen

Beim Backen von Plätzchen, in diesem Fall „Schwarz-Weiß-Gebäck", erfährt insbesondere das sinnlich-konkrete Teilen eines Ganzen in zwei Hälften Beachtung. Grundlage ist auch hier ein Rezept (s. Anhang), anhand dessen die Menge der verschiedenen Zutaten bestimmt und abgemessen werden muss. Nachdem alles zu einem Teig vermengt wurde, wird dieser Teig in zwei gleich große Hälften geteilt. Eine Hälfte wird bereits ausgerollt, die andere wird unter Zugabe von Kakao dunkel gefärbt und danach ebenfalls etwa gleich groß ausgerollt. Dann werden beide Teigfladen übereinander gelegt und zusammengerollt. Von dieser Rolle werden dann etwa 1 cm dicke Scheiben abgeschnitten und flach aufs Blech gelegt, um gebacken zu werden.

Ist die Wahrnehmung die „dominierende Tätigkeit" eines Schülers, kann dieser beim Plätzchenbacken anhand verschiedener Eindrücke seine Orientierungsgrundlage bezüglich des Teilens eines Ganzen, aber auch des Zusammenfügens eines Ganzen aus (wenn auch nicht gleich großen) Teilen, erweitern. Zunächst kann er visuell verfolgen, wie seine Mitschüler die verschiedenen Zutaten zusammengeben und zum Teig vermengen, also aus verschiedenen Teilen ein neues Ganzes bilden. Vielleicht zieht das „Teilen“ eines Ei’s ob der dabei entstehenden Aufregung unter den Schülern seine Aufmerksamkeit umso stärker auf sich. Ebenso ist für ihn vielleicht wahrnehmbar, wie die beiden zuvor von seinen Mitschülern mit großer Anstrengung ausgerollten Teigfladen zu einem Fladen zusammengelegt und dann zusammengerollt werden. Schließlich kann es für ihn spannend sein, mitzuverfolgen, wie die späteren Plätzchen als Scheiben von dieser Teigrolle abgeschnitten werden und somit vielleicht für ihn allmählich Ähnlichkeit bekommen mit den Plätzchen, die er kennt, oder die schon fertig sind.

Für einen Schüler auf der Ebene der „manipulierenden Tätigkeit“ mag es eine Erweiterung seiner Orientierungsgrundlage sein, zu beobachten oder dabei mitzuhelfen, dass verschiedene Dinge auf verschiedene Weise geteilt werden: Die richtige Menge Zucker und Mehl wird mit dem Messbecher abgemessen, Butter und die Teigrolle werden mit dem Messer zerschnitten. Da der Teig relativ leicht zu schneiden ist, kann der Schüler dabei zudem selbst aktiv werden und Erfahrungen bezüglich des Teilens von Ganzen als materieller Handlung sammeln.

In ähnlicher Weise kann ein Schüler auf der Stufe der „gegenständlichen Tätigkeit“ das (gegebenenfalls stumpfe) Messer, dessen Benutzung als „Teilungswerkzeug“ er vielleicht schon bei anderen Personen beobachtet hat, selbst verwenden, um Scheiben von der Teigrolle abzuschneiden. In dem Maße, wie er diese materielle Handlung eventuell schon in produktiver Weise mit Blick auf ihr Resultat (die Scheiben/ Plätzchen) ausführt, kann er vielleicht in Ansätzen darauf achten, gleich dicke Scheiben zu produzieren. Wie das Teilen des Teiges in zwei gleich große Hälften, kann dies seine Orientierungsgrundlage dahingehend erweitern, dass in manchen Fällen das Teilen eines Ganzen nicht irgendwie, sondern mit Blick auf die Größe der entstehenden Teile, durchgeführt wird.

Die Größe der zwei Teigklumpen kann ein Schüler auf der Stufe des „Spiels“ vielleicht bereits grob miteinander vergleichen und damit dazu beitragen, den gesamten Teig etwa zu halbieren. Auch beim Ausrollen kann darauf geachtet werden, dass beide Fladen ungefähr gleich groß werden. In beiden Fällen gilt der Blick also vor allem der Größe der zwei Teile eines Ganzen, was dazu beitragen kann, erste anschauliche Grundlagen zum Verständnis des Konzepts der „Hälfte“ zu schaffen. Ebenso kann dieser Schüler vielleicht verstärkt darauf achten, gleich dicke Scheiben von der Teigrolle abzuschneiden. Auch hier kann die Größe der

entstehenden Teile eines Ganzen für ihn eine Bedeutung bekommen und damit seine Orientierungsgrundlage bezüglich des Gemeinsamen Gegenstandes erweitern.
Einem Schüler auf der Stufe des „Lernens" könnte es aufgrund seiner Zahlenkenntnisse gelingen, die Zutaten gemäß den Angaben des Rezepts abzumessen. Auch hier (vgl. „Kuchen backen") kann das Abmessen von 125 g Butter dazu anregen, das Verhältnis von 125 zu 250 auf den konkreten Gegenstand zu übertragen und damit implizit ein Konzept von „Hälfte" anzuwenden, das für die Zahlenwerte genauso gilt wie für das konkrete Objekt. Diese Herausforderung kann gesteigert werden, wenn anstelle einer 250 g-Packung Margarine nur eine 500 g-Packung vorhanden ist; dann muss die Butter geviertelt werden, da $125 \cdot 4=500$. Ebenso bildet das Teilen des gesamten Teiges in zwei gleich große Teile nach Augenmaß eine materielle Handlung im Sinne des Konzepts des „Halbierens" und kann damit das Verständnis für dieses Konzept auf der symbolischen Ebene stärken.
Auf Basis weitergehender schulischer Kenntnisse können vielleicht die Mengen der Zutaten im Rezept auf beispielsweise die dreifache Menge Plätzchen umgerechnet werden. Dabei werden nicht unbedingt Brüche verwendet; in Bezug zum Gemeinsamen Gegenstand steht jedoch die anhand dieser anschaulichen Situation zu erlangende Einsicht, dass zum Vervielfachen eines Ganzen auch seine Teile jeweils entsprechend vervielfacht werden müssen – eine Einsicht, deren abstrakt-logische Verallgemeinerung das Distributivgesetz darstellt (vgl. „Pizza backen" im Anhang).

3.3.2.3 Stoffbeutel basteln

Das Basteln kleiner Beutel aus Stoff bietet ebenfalls Möglichkeiten, insbesondere den Vorgang des Teilens eines Ganzen sinnlich-konkret zu erleben, dieser muss aber auch auf der abstrakt-logischen Ebene durchdacht und damit vorbereitet werden.
Die Beutel können gebastelt werden, indem zunächst ein großes quadratisches Stück Stoff, das vorher beliebig bemalt oder bedruckt wurde, in vier (oder auch neun) gleich große Quadrate zerschnitten wird. Zum Zubinden der Beutel muss außerdem ein ausreichend langes Stück einer Schnur oder eines Geschenkbandes in vier (oder neun) gleich lange Teile geschnitten werden. Die Maße der zu schneidenden Stoffquadrate sowie die Länge der Bänder könnten nach Abmessen

des jeweiligen Ganzen errechnet werden; insbesondere vier (beziehungsweise Vielfache von vier) gleich große Stoffquadrate und vier gleich lange Schnüre können jedoch auch ohne Zentimetermaß durch geschicktes Falten erzeugt werden. Der kleine Beutel entsteht schließlich, indem beispielsweise Plätzchen in die Mitte eines Stoffquadrats gelegt, dann die Seiten hochgeklappt und diese mit dem Schnurstück zusammengebunden werden.

Auf der Ebene der „Wahrnehmungstätigkeit" ist der große Stoff als Ganzes für einen Schüler erfahrbar, wenn er beispielsweise darunter liegt, oder mit den anderen Schülern den Stoff am Rand festhält und im Raum zwischen ihnen aufspannt. Wenn er auf dem Boden liegt und der Stoff über ihm aufgespannt gehalten wird, kann das Zerschneiden des Stoffs durch jemand anders eine eindrückliche Erfahrung sein: Plötzlich bricht das Licht durch den Schnitt, plötzlich sind die anderen Schüler wieder sichtbar. Wenn der Schüler mit festhält, erlebt er, dass das Tuch nicht mehr gemeinsam straff gehalten werden kann, wenn es in der Mitte zerschnitten wird. Das Teilen des Ganzen als von Anderen ausgeführte Operation wird also auf vielfältige Weise erfahrbar. Zudem kann vielleicht der (Größen-)Unterschied zwischen dem Ganzen und seinen Teilen erfahren werden, wenn der Schüler zunächst mit dem großen Stoff und nach dem Zerschneiden mit den kleineren Stücken bedeckt wird.

Ein Schüler auf der Stufe der „manipulierenden Tätigkeit" kann vermutlich das Zerschneiden als den Prozess erkennen, der vom ganzen großen Tuch zu den Teilen führt, die für ihn handhabbar sind. Indem ein anderer Schüler mit ihm zusammen die Schere führt, kann er vielleicht auch erfahren, dass der nicht zu zerreißende, feste Stoff mithilfe der Schere relativ einfach geteilt werden kann. Seine Orientierungsgrundlage in Bezug auf den Gemeinsamen Gegenstand wird durch diese Erfahrungen erweitert.

Auf der Stufe der „gegenständlichen Tätigkeit" gelingt es einem Schüler möglicherweise, den Stoff selbstständig mit der Schere grob entlang einer vorgezeichneten Linie zu zerschneiden. Auch das Abschneiden der Schnüre an einer jeweils markierten Stelle kann ihm als materielle Handlung im Sinne des Gemeinsamen Gegenstands ein Lerninhalt sein. In beiden Fällen kann die durch andere Schüler vorgezeichnete Linie vielleicht in Ansätzen als „materialisierte" Repräsentation des Teilens eines Ganzen interpretiert werden.

Vielleicht ist ein Schüler auf der Stufe des „Spiels" in der Lage, sich den Schneidevorgang vorzustellen und entsprechend die Linie, auf der geschnitten werden soll und die durch geschicktes Falten des Ausgangsquadrats gefunden werden kann (s.u.), mit einem Stift vorzuzeichnen – dies entspräche einer Repräsentation des Gemeinsamen Gegenstandes auf der Ebene der materialisierten Handlung. Zudem kann er vielleicht dazu beitragen, Möglichkeiten zum Zerschneiden der Schnur in gleich lange Teile zu finden – entweder durch mentales Schneiden oder Falten (Denken) oder durch konkretes Ausprobieren.

Das Teilen des ganzen Stoffquadrates in vier gleich große Quadrate dürfte insbesondere für Schüler auf der Stufe des „Lernens“ eine in Kooperation lösbare Herausforderung sein. Kenntnisse der Division („durch vier teilen ist gleichbedeutend damit, zweimal hintereinander durch zwei zu teilen“) oder konkrete Handlungserfahrungen können zu der Idee führen, das Ausgangsquadrat in der Mitte und das entstehende Rechteck wieder in der Mitte (senkrecht zur vorherigen Faltrichtung) zu falten, so dass ein „Packen“ mit vier übereinanderliegenden gleich großen Stoffquadraten entsteht. Wenn die Faltlinien dann nachgezeichnet werden, können auf dieser Basis die Quadrate geschnitten werden. Auf der Ebene materieller Handlungen können vier gleich große Teile also durch Halbieren von zwei Hälften gewonnen werden – eine Einsicht, die vielleicht auf das Teilen der Schnur, aber auch auf andere Kontexte übertragen werden und schließlich abstrakt-logische Vorstellungen über den Zusammenhang der Kernbrüche $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ begründen kann. In ähnlicher Weise können neun Stoffquadrate hergestellt werden, dabei ist das Falten jedoch komplizierter.

Schülern, die bereits ein Verständnis von Brüchen auf der symbolischen Ebene besitzen, kann das Falten des Stoffquadrates vielleicht ein Anlass sein, zu überlegen, welche Anzahlen gleich großer kleiner Quadrate noch daraus hergestellt werden könnten – wenn $\frac{1}{4}$ „funktioniert“, sind beispielsweise $\frac{1}{16}$-Stücke ebenfalls möglich, nicht aber $\frac{1}{8}$-Stücke, was mithilfe gezeichneter Quadrate anschaulich begründet werden kann. Hierzu müssen geometrisches Wissen und Kenntnisse zur Bruchrechnung verbunden werden. Dies kann dazu beitragen, unter anderem das Verständnis für das Verhältnis verschiedener Kernbrüche und die Operation des Erweiterns und Kürzens (beispielsweise: $\frac{1}{4} = 4 \cdot \frac{1}{16} = 4 \cdot [4 \cdot \frac{1}{64}] = \ldots$) anschaulich zu fundieren und zu festigen.

3.3.2.4 „Tannenbäume“ bauen

Im Rahmen dieser Handlungsmöglichkeit stellt das Teilen von Ganzen vor allem eine handwerkliche Tätigkeit dar; dies ermöglicht eine sinnlich-konkrete Wahrnehmung des Gemeinsamen Gegenstands, fordert jedoch in besonderer Weise die Auseinandersetzung mit ihm auf abstrakt-logischer Ebene.

Ein bereits gebauter „Tannenbaum“ (vgl. Skizze und Erläuterung im Anhang) sollte den Schülern als Modell zur Verfügung stehen, gleichzeitig muss das benötigte Material sicht- und greifbar sein. Dann können die Kinder gemeinsam das Modell in seine Bestandteile zerlegen und dabei seine Bauweise erforschen beziehungsweise überlegen, wie aus den bereitgestellten Materialien solche „Tannenbäume“ hergestellt werden können. Vielleicht ist es möglich, dass ein oder mehrere Schüler die Erkenntnisse der Gruppe im Sinne einer Bauanleitung schriftlich und eventuell in Skizzen festhalten. Zur Herstellung eigener „Tannenbäume“ müssen dann zunächst die aus den vorliegenden Rundhölzern zu sägenden Scheiben auf diesen Rundhölzern angezeichnet werden. Dies kann geschehen, indem die Scheiben des Modells jeweils direkt am Rundholz angelegt werden, oder indem ihre Dicke gemessen und mittels Zollstock wiederholt am Rundholz eingezeichnet wird[23]. Ebenso kann die Länge des Mittelstabes durch Messen oder Anlegen des Originals angezeichnet werden. Anschließend müssen die angezeichneten Scheiben von den jeweiligen Rundhölzern abgesägt werden – am besten zersägt stets ein Schüler ein Rundholz restlos. Gehrungssägen ermöglichen dabei auch Schülern mit motorischen Schwierigkeiten einen geraden Schnitt. Sinnvoll ist es, die gleich großen Holzscheiben jeweils in einem Kasten zu sammeln. Wenn alle Rundhölzer restlos in Scheiben zersägt sind, müssen mithilfe von Schablonen die Löcher in ihrer Mitte gebohrt werden, wahrscheinlich mit Unterstützung einer Lehrperson. Anschließend kann sich jeder Schüler eine Scheibe jeder Größe aus den Kästen nehmen. Die Scheiben werden kurz geschliffen, bevor sie von den Schülern in verschiedenen

[23] Alternativ könnten die Maße in einer Bauanleitung vorgegeben und zum Anzeichnen nur eine unmarkierte Schnur als Hilfsmittel zur Verfügung gestellt werden. Passende Maße vorausgesetzt, könnten Schüler diese Herausforderung vielleicht auf Basis von Kenntnissen der Division und Multiplikation lösen: 24 cm (als Länge eines Rundholzes) sind $8 \cdot 3$ cm, also erhält man 3 cm (als vorgegebene Dicke einer Scheibe), indem man eine 24 cm lange Schnur in der Mitte faltet (12 cm), diesen Abschnitt wieder (6 cm) und auch die dabei entstehende Länge wieder in der Mitte faltet (3 cm). Diese Variante stellt entsprechend hohe Ansprüche auf abstrakt-logischer Ebene und ist für Schüler, die dem Gemeinsamen Gegenstand noch vorwiegend in seiner sinnlich-konkreten Repräsentation begegnen, vermutlich kaum anschaulich, daher wird sie hier nur ergänzend erwähnt.

Grüntönen[24] lackiert werden können. Nachdem der Stab ins Loch der größten Scheibe eingeleimt wurde, können die trockenen Scheiben der Größe nach auf den Stab geschoben werden; den Abschluss bildet eine Holzkugel oder ein Stern mit durch den Lehrer gebohrtem Loch, die/ den die Kinder nach eigenen Vorstellungen lackieren können.

Einem Schüler auf der Stufe der „Wahrnehmungstätigkeit“ kann sich hier insbesondere der Prozess des Teilens eines Ganzen beim Zersägen der Rundhölzer in eindrucksvoller Weise darstellen: Das Sägen der Mitschüler ist laut, es staubt, vielleicht riecht es verbrannt, das Sägemehl lässt sich anfassen und ab und zu fällt eine abgesägte Scheibe herunter[25]. Wenn der Schüler einen Überblick über die Arbeiten hat, kann er vielleicht sehen, wie aus den vormals großen Rundhölzern immer mehr Scheiben gemacht werden. Der Unterschied zwischen dem Ganzen und seinen Teilen kann für ihn beim Anfassen oder Tragen eines großen Rundholzes und demgegenüber dem Wühlen im Kasten mit den daraus entstandenen Scheiben erfahrbar sein.

Für einen Schüler auf der Stufe der „manipulierenden Tätigkeit“ kann der Vergleich zwischen dem Modell und den noch ganzen Rundhölzern zu Beginn der Arbeit dazu führen, dass er vielleicht das Zersägen der Hölzer in Scheiben antizipiert, oder es, sobald es begonnen wird, als Lösung des „elementaren Problems“, die Scheiben aus den Rundhölzern herzustellen, erkennt. Der Einsatz der Säge als Werkzeug zum Teilen von Gegenständen kann seine Orientierungsgrundlage bezüglich des Gemeinsamen Gegenstandes erweitern; dies insbesondere, wenn er an einer Gehrungssäge und gemeinsam mit einem weiteren Schüler selbst die Erfahrung machen kann, von einem großen Rundholz kleine Scheiben abzusägen oder die Mittelstäbe zuzuschneiden, also selbst aktiv werden kann im Sinne des Gemeinsamen Gegenstands.

Auch ein Schüler auf der Stufe der „gegenständlichen Tätigkeit“ lernt möglicherweise die Säge erst kennen als Werkzeug zur Teilung eines Werkstoffes, der ihm bisher in dieser Größe als „unteilbar“ erschien. Aufgrund seiner größeren Erfahrung mit der Teilbarkeit als „funktionaler Eigenschaft“ mancher Objekte könnte es ihm leichter fallen, die Scheiben des Modells mit den Ausgangs-Rundhölzern in

---

[24] Dies entspricht der Verwendung als „Tannenbaum“; Das fertige Produkt kann auch von Beginn an als Spielzeug u.a. geplant werden, dann sind die Farben der einzelnen Scheiben natürlich frei wählbar.

[25] Angesichts dieser teils massiven Reize ist nicht auszuschließen, dass beim betroffenen Schüler negative Assoziationen entstehen; auf Unmutsäußerungen seinerseits ist natürlich zu reagieren.

Verbindung zu bringen und zu erkennen, dass man sie durch Sägen daraus herstellen kann. Diese Vorstellung könnte wiederum gefestigt werden durch das eigenaktive Zersägen der Rundhölzer. Wenn er sämtliche aus einem Rundholz entstandene Scheiben in einem Kasten sammelt, kann dies für den Schüler zudem die Verbindung zwischen dem Ganzen und seinen Teilen nach dem Sägeprozess aufrecht erhalten und festigen.

Ein Schüler auf der Stufe des „Spiels“ kann sich aufgrund seiner Erfahrungen wahrscheinlich anhand des Modells vorstellen, dass die Scheiben der Tannenbäume von den Rundhölzern abgesägt werden müssen. Indem er dies sprachlich ausdrückt, kann er zur Erstellung der Bauanleitung beitragen und gleichzeitig den Zusammenhang zwischen einem Ganzen und seinen Teilen ein Stück weiter verinnerlichen. Auch die Tatsache, dass alle Scheiben gleich dick, alle aus einem Rundholz gesägten Teile also gleich groß sind, kann ihm wahrscheinlich auffallen und von ihm mündlich in die Bauanleitung eingebracht werden. Außerdem kann daraus der Vorschlag entstehen, die Scheiben direkt als „Maß“ zum Anzeichnen der Schnittlinien zu verwenden – beim Anzeichnen wird der Vorgang des Sägens folglich gedanklich und zeichnerisch (also im Sinne einer materialisierten Handlung) vorweggenommen.

Zudem bieten die fertigen „Tannenbäume“ Schülern auf der Stufe der „manipulierenden“ oder „gegenständlichen Tätigkeit“ sowie des Spiels Gelegenheit, ihre Vorstellungen von der Beziehung von Teilen zum Ganzen zu festigen, indem sie sich spielerisch damit auseinandersetzen, beispielsweise alle Scheiben einer Größe auf einen Stab schieben und schrittweise wieder abnehmen, oder den fertigen „Tannenbaum“ in seine (allerdings nicht gleich großen) Teile zerlegen und sie anschließend wieder zum Baum zusammenfügen.

Schüler auf der Stufe des „Lernens“ können sich neben der konkreten materiellen Handlung, die ihre Denkinhalte stützen kann, wahrscheinlich vor allem gedanklich mit der Erstellung der Tannenbäume beschäftigen. Dazu gehört es zunächst, zu überlegen, wie die Scheiben aus den zur Verfügung stehenden Rundhölzern hergestellt werden können, was in der Kommunikation mit den anderen Schülern sprachlich erörtert werden muss. Dann gilt es, die Maße des Modells auf die zur Verfügung stehenden Materialien zu übertragen – entweder durch vergleichendes Abzeichnen oder unter Rückgriff auf die symbolische Ebene mittels Zollstock. Vielleicht fällt einem Schüler auf der Stufe des „Lernens“ auf, dass beispielsweise aus 30 cm langen Rundhölzern jeweils genau die zehn benötigten (ungefähr) 3 cm dicken Scheiben gesägt werden können. Denkbar wären darauf aufbauend weitere Überlegungen, etwa zur Frage, wie viele doppelt so dicke Scheiben aus dem gleichen Rundholz hergestellt werden könnten – eine Frage, die auch in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Erweitern und Kürzen von Brüchen steht (vgl. Kapitel 3.1.1.1) und deren Beantwortung somit wichtige Voraussetzungen für dessen Verständnis schaffen kann. An dieser Stelle könnte zudem ein Unterschied zwischen der abstrakten mathematischen und der konkreten handwerklichen Ebene deutlich werden: Während in der Mathematik 30 cm geteilt durch 10 genau 3 cm ergeben, fällt beim tatsächlichen Sägen von Holz stets ein kleiner Bruchteil des Rundholzes der Säge zum Opfer (nämlich das, was zu Sägemehl wird), was dazu führt, dass alle Scheiben eines Rundholzes zusammen nicht wieder genau 30 cm hoch sind. Die Auseinandersetzung mit diesem (vielleicht irritierenden) Sachverhalt könnte beim Schüler das Bewusstsein dafür stärken, dass in der Mathematik die Summe sämtlicher Teile eines Ganzen stets wieder genau dieses Ganze ergeben muss; ein wichtiger Aspekt seiner Orientierungsgrundlage bezüglich Brüchen würde somit betont.

3.3.2.5 Perlenketten basteln

In dialektischer Ergänzung zu den bisherigen Handlungsmöglichkeiten kann beim Basteln von Perlenketten vor allem das Zusammenfügen eines Ganzen aus gleich großen Teilen erfahren werden.

Um Perlenketten herzustellen, müssen zunächst passende Bänder geschnitten werden. Dazu können je 1m lange Schnüre vorbereitet werden, die die Schüler halbieren müssen. Eventuell kann dann gemeinsam ausprobiert werden, wie viele Perlen man braucht, um eine Schnur „voll“ zu machen, bevor jeder Schüler sich Perlen aus einer Box voller gleich großer, aber ansonsten möglichst unterschiedlicher Perlen[26] nimmt. Wenn jeder Schüler seine Perlen in einem Kästchen vor sich deponieren kann, kann er dann in beliebiger Weise welche herausnehmen und auf seine Schnur fädeln. Hilfreich kann dabei eine große, stumpfe Nadel sein, an der die Schnur befestigt wird, sowie ein Knoten am anderen Ende der Schnur.

Für einen Schüler auf der Stufe der „Wahrnehmungstätigkeit“ mögen das Wühlen in den Kästen mit Perlen sowie das Befühlen einer fertigen Perlenkette ein

[26] Wichtig ist es, dass die Löcher dieser Perlen ausreichend groß sind, um auch Kindern mit feinmotorischen Schwierigkeiten ein Auffädeln zu ermöglichen.

interessantes haptisches, visuelles und vielleicht auch auditives Erlebnis sein, das ihm im Sinne einer Orientierungsgrundlage einen Eindruck von den einzelnen Teilen sowie der Inklusionsbeziehung der Perlen zur Perlenkette, also der Teile zum Ganzen, vermitteln kann.

Für einen Schüler auf der Ebene der „manipulierenden Tätigkeit“ ist es wahrscheinlich eine Herausforderung, die Perlen auf einer Schnur aufzufädeln; Umso eindrücklicher kann es auf ihn wirken, schließlich alle Perlen zu einer Kette, also einem neuen Ganzen, zusammengefügt zu haben, dessen Teile man jedoch noch klar erkennen und ertasten kann und natürlich auf keinen Fall wieder verlieren möchte.

Ein Schüler auf der Stufe der „gegenständlichen Tätigkeit“ kennt Perlen möglicherweise bereits als einander sehr ähnelnde Objekte, die sich mithilfe einer Schnur zusammenfügen lassen; er verfügt also bereits über die Erfahrung, aus Teilen ein neues Ganzes zu bilden. Darauf basierend kann er die Perlen seiner Kette vielleicht nach seinen Vorlieben bezüglich Farben und Material auswählen und sie in einer bestimmten Weise anordnen. Außerdem könnte er erkennen und darauf hinweisen, dass jedem Schüler ein Stück Schnur abgeschnitten werden muss, wozu es notwendig ist, sich den Vorgang des Teilens eines Ganzen vorzustellen und ihn sprachlich oder gestisch auszudrücken, mithin zu abstrahieren.

Die Anordnung der Perlen in einer bestimmten Weise könnte einem Schüler auf der Stufe des „Spiels“ in noch ausgeprägterer Weise möglich sein. Eventuell achtet er darauf, die Perlen nach einem bestimmten Muster anzuordnen und wählt sie schon entsprechend aus (etwa Pärchen roter und blauer Perlen). Indem er dies tut, betrachtet er die Teile also bereits im Hinblick auf das daraus zu bildende Ganze und nimmt damit den Prozess des Zusammenfügens in Ansätzen gedanklich vorweg. Zudem kann dieser Schüler vielleicht seine Erfahrungen mit Teilungen bei kreativen Tätigkeiten auf die zu teilenden Schnüre übertragen (und damit ein Stück weit verallgemeinern) und vorschlagen, die Schnüre in der Mitte zu falten und dann dort zu zerschneiden.

Falls ein Schüler auf der Stufe des „Lernens“ die Gestaltung seiner Kette noch stärker durchdenkt, kann ihn dies vielleicht dazu anregen, die gesamte Menge der benötigten Perlen schon seinem Plan entsprechend in den eigenen Kasten zu legen (etwa gleich viele schwarze und gelbe Perlen für einen gleich langen schwarzen und gelben „Perlenabschnitt“), das Verhältnis der Teile zum Ganzen also bereits vollständig gedanklich vorwegzunehmen.

Ein Schüler, der bereits über Kenntnisse zu Brüchen verfügt, muss nicht unbedingt von sich aus die kompliziertesten Perlenketten gestalten. Möglicherweise kann er jedoch die Tatsache, dass er von vornherein beispielsweise gleich viele rote, grüne und gelbe Perlen nimmt und diese jeweils zusammen auf die Schnur fädelt, als Veranschaulichung des Bruchs $\frac{1}{3}$ im Sinne des „Teils vom Ganzen“[27] erkennen. In einer späteren Vertiefung könnten eventuell Aufgaben gestellt werden, die diesen Aspekt noch stärker betonen.

Zu beachten ist außerdem ein weiterer Aspekt, der wohl alle Schüler einer Gruppe, die Perlenketten basteln, in gleicher Weise betrifft: In jeder Gruppe kommt es wahrscheinlich irgendwann dazu, dass Schüler versuchen, das Muster der Kette eines anderen Schülers „nachzubauen“. Dazu ist es notwendig, zu besprechen oder zu durchdenken, wie dieses Muster entstanden ist, und wie es selbst hergestellt werden kann – somit entstehen in ganz natürlicher Weise Anlässe zur Abstraktion von materiellen Handlungen, die wiederum in eigene Handlungen umgesetzt werden.

3.3.2.6 Weitere Ansätze

Aufgrund der gebotenen Kürze wurden bisher nur die Erlebens- und Handlungsmöglichkeiten aufgeführt, die in dem in Kapitel 3.4 beschriebenen Projekt verwirklicht werden können. Weitere Möglichkeiten, die thematisch nicht zu dem beschriebenen Projekt passen, aber den Gemeinsamen Gegenstand durchaus auf sinnvolle Weise erfahr- und erfassbar machen können, finden sich im Anhang: „Pizza backen“, „Obstsalat herstellen“ und „Kleine Tische bauen“.

Im Zuge der Überlegungen zu diesen Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten ergaben sich außerdem weitere Ansätze, die jedoch aus verschiedenen Gründen nicht als optimal erachtet wurden – insbesondere, wenn nicht genügend Möglichkeiten gesehen wurden, konsequent auf allen Abstraktionsebenen und damit Schülern auf allen Entwicklungsniveaus gleichermaßen Angebote zu machen. Trotzdem sollen diese Möglichkeiten hier kurz angerissen werden, da sie dennoch vielen Schülern wichtige Impulse auf dem Weg zu einem Verständnis von „Brüchen“

[27] Padberg führt das Verhältnis von Perlen auf Ketten zwar als Beispiel für den „Verhältnisaspekt“ der Bruchzahlen an, schreibt jedoch weiter, dass dieser und der Aspekt „Teil eines Ganzen“ im Sinne des Gemeinsamen Gegenstandes sich überschneiden (vgl. Padberg 2009, S.30).

geben können und im Hinblick auf fehlende Abstraktionsebenen vielleicht noch ausbaufähig sind.
In ähnlicher Weise wie die „Tannenbäume“ können auch Würfel oder Bauklötze verschiedener Art aus Holz gebaut werden, beide können nach dem gleichen Prinzip von Kanthölzern abgesägt werden. Bauklötze als Produkt sind jedoch vermutlich nicht mehr für alle Schüler einer fünften Klasse interessant. Beim Bau von Würfeln ist es wichtig, sehr exakt zu sägen. Außerdem steht das Maß der abzusägenden Teile noch mehr im Vordergrund, da ihre Länge genau der Höhe und Breite des Kantholzes entsprechen muss; die Tatsache, dass (wenn das Kantholz eine entsprechende Länge hat) sämtliche aus einem Kantholz gesägten Teile (Würfel) gleich groß sind, droht hier auf abstrakt-logischer Ebene also etwas in den Hintergrund zu geraten.
Eine für viele Schüler interessante und motivierende Handlungsmöglichkeit könnte es sein, aus großformatigen Klassenfotos Puzzles zu basteln. Dies könnte einerseits auf der Ebene materieller Handlungen die Vorstellungen und Fähigkeiten zum Teilen eines Ganzen und zum Zusammensetzen dieses Ganzen aus seinen Teilen fördern und andererseits vielleicht auch im übertragenen Sinne das Bewusstsein jedes Schülers stärken, ein „Teil“ seiner Klasse zu sein. Schwierig erscheint es jedoch, hierbei auch die abstrakt-logische Ebene anzusprechen, ohne dabei auf „künstlich“ wirkende Aufgabenstellungen (etwa: „Gestalte die Puzzle-Teile so, dass alle exakt den gleichen Flächeninhalt haben.“) zurückzugreifen.
Da die „Ebene des (…) Darstellens und Dramatisierens“ (Ziemen 2002, S.137) vor allem Kindern und Jugendlichen mit geistiger Behinderung die Bewältigung höherer kognitiver Anstrengungen ermöglichen kann, sollte auch sie Berücksichtigung finden (vgl. ebd., S.137). In Bezug zum Gemeinsamen Gegenstand bietet sich hier insbesondere die St. Martins-Geschichte an – auch, da das Teilen darin vor allem in seiner sozialen Bedeutung thematisiert wird. Während die Geschichte in einer szenischen Aufführung u.a. sicherlich der ganzen Lerngruppe erfahr- und erfassbar gemacht werden kann, erscheint es allerdings fraglich, ob im Anschluss daran Handlungsmöglichkeiten gefunden werden können, die für alle Schüler gleichermaßen verständlich und sinnvoll sind. So wäre die Frage „Was würdest Du mit dem armen Mann teilen?“ wahrscheinlich für einen Großteil der Schüler interessant, für diejenigen Schüler, die wenig Erfahrung mit dem Teilen eines Ganzen als materieller Handlung haben, jedoch vermutlich zu abstrakt; dies umso mehr, da der Anlass zum Teilen eine fiktive Situation wäre. Direktere Erfahrungsmöglichkeiten

bieten demgegenüber wahrscheinlich reale Situationen, in denen Dinge mit anderen geteilt werden, etwa beim Backen einer Pizza oder eines Kuchens oder bei einem Klassenfrühstück, bei dem jeder etwas zu essen mitbringt und mit den anderen teilt.
Das Kinderbuch „Swimmy“ bietet ebenfalls Möglichkeiten zur Thematisierung des Gemeinsamen Gegenstandes in dramatisierter Form. Beispielsweise kann die Geschichte gemeinsam szenisch gestaltet werden oder das zentrale Bild, der aus vielen roten und einem schwarzen Fisch bestehende „große Fisch“, aus vielen von den Schülern künstlerisch gestalteten Fischen zusammengesetzt werden. Auch diese Möglichkeiten würden vermutlich bei allen Schülern die Orientierungsgrundlage in Bezug auf ein Ganzes und seine Teile erweitern oder festigen; ein Bezug zur abstrakt-logischen mathematischen Ebene könnte hier aber meiner Meinung nach ebenfalls nur auf ziemlich „künstlich“ wirkende Weise hergestellt werden.

3.4 Unterrichtliche Realisierung

Offen ist bisher die Frage, in welchem unterrichtlichen Rahmen die aufgeführten Handlungsmöglichkeiten realisiert werden können.
Es dürfte deutlich geworden sein, dass sie die Grenzen des traditionellen Fachunterrichts sprengen, weisen sie doch deutlich über das übliche Verständnis des Faches Mathematik hinaus, lassen sich jedoch auch in anderen Unterrichtsfächern (Hauswirtschaft, Technik) nicht eindeutig verorten. Unabhängig von einer fachlichen Zuordnung muss es im Sinne der Handlungsmöglichkeiten einerseits Ziel des Unterrichts sein, „an dem jeweils spezifischen Erfahrungshorizont und an der Bedürfnislage der Schüler anzuknüpfen“ (Feuser 1989, S.178), gleichzeitig aber stets den Bezug zum Gemeinsamen Gegenstand herzustellen und den Schülern „ein kooperatives Miteinander zu ermöglichen“ (ebd., S.178) (vgl. Kapitel 2.4).
Laut Feuser macht es nur ein „Projekt- bzw. projektorientierter, offener Unterricht“ (Feuser 1989, S.39) möglich, dies zu realisieren. Daher soll im Folgenden in Orientierung an Emer & Lenzen (2005) und Feyerer & Prammer (2002) grob skizziert werden, wie ein Projekt aussehen könnte, das den erläuterten Zielen gerecht werden kann. Im Fokus steht dabei ausdrücklich die Zusammenführung der verschiedenen Handlungsmöglichkeiten in diesem Projekt; eine detaillierte Aufarbeitung und Auseinandersetzung mit der Projektmethode auch unter Aspekten

der Didaktik in heterogenen Lerngruppen würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen.[28] Zudem ist zu beachten, dass auch dieses Projekt nur eine *Möglichkeit* darstellt – inwieweit diese realisiert werden kann, hängt natürlich von den Voraussetzungen einer konkreten Lerngruppe ab und hier insbesondere davon, inwieweit die Schüler dieser Lerngruppe bereits Erfahrung mit Projektarbeit haben.
Das Projekt kann umschrieben werden mit dem Titel „Vorbereitung des Adventsnachmittages" und in einigen Vorbereitungsstunden und zwei Projekttagen durchgeführt werden.
Die „Initiierung" (Emer & Lenzen 2005, S.120) dieses Projekts kann durch eine Ankündigung der Lehrkraft im Morgenkreis geschehen: „Eure Eltern haben auf dem Elternabend verabredet, dass sie unsere Klasse gerne an einem Nachmittag im Advent besuchen würden, um mit uns eine kleine Adventsfeier zu veranstalten.[29] Was können wir dafür vorbereiten? Womit können wir Eure Eltern überraschen?"
Wichtig ist, dass dies als Anlass der Projektarbeit allen Schülern verständlich wird – auch denen, die nicht oder eingeschränkt verbal kommunizieren. Unterstützend kann vielleicht ein Gruppenfoto der Eltern wirken, außerdem Fotos von einem vergangenen Treffen dieser Art oder eine Einladung, die die Kinder bereits mit nach Hause nehmen können.
Damit ist das übergreifende Thema und Ziel des Projekts benannt, das nun präzisiert werden muss – wobei einerseits den Schülern „Spielraum für die freie Entscheidung zuzugestehen" (Feyerer & Prammer 2002, S.85) ist, es jedoch andererseits implizites Anliegen der Lehrkraft ist, in der Vorbereitung des „Adventsnachmittages" die beschriebenen Handlungsmöglichkeiten mit dem Gemeinsamen Gegenstand zu implementieren.
Entweder können nun zunächst die Ideen der Schüler zur Gestaltung des Adventnachmittags gesammelt werden. Vielleicht schlagen sie vor, etwas zu Essen und zu Trinken vorzubereiten, den Eltern Geschenke zu machen, die Klasse aufzuräumen und zu schmücken, und vieles mehr – allerdings ist nicht davon auszugehen, dass die Schüler quasi „von selbst" nur Punkte nennen, die den aufgeführten Handlungsmöglichkeiten entsprechen. Die Lehrkraft kann daher versuchen, die Vorschläge durch Verweis auf die Rahmenbedingungen (Treffen am Nachmittag, also kein Mittagessen; wenig Budget, also keine gekauften Geschenke)

[28] Dafür sei verwiesen auf Emer & Lenzen (2005), Frey (2007) und insbesondere Feyerer & Prammer (2002).
[29] Natürlich muss dies einem realen Beschluss der Eltern entsprechen. Alternativ kann beispielsweise auch ein anstehender Weihnachtsbasar der Schule als Anlass dienen.

zu orientieren und eventuell bestehende Ideen zu Oberbegriffen (beispielsweise „Geschenke“) zusammenzufassen. Die Handlungsmöglichkeiten können dann von ihr eingebracht werden als Vorschläge zur Konkretisierung dieser Oberbegriffe. Zu beachten ist hierbei allerdings das Risiko der „Scheinoffenheit“ (Feyerer & Prammer 2002, S.84) bei der Projektplanung.

Alternativ kann die Lehrkraft daher von vornherein, also direkt im Anschluss an die Frage „Was können wir dafür vorbereiten?“, den Schülern die Inhalte der Handlungsmöglichkeiten als Auswahlmöglichkeiten vorgeben. Auch hier wäre allerdings zu überlegen, wie mit Ergänzungen von Schülerseite umgegangen wird, die nicht den Handlungsmöglichkeiten mit dem Gemeinsamen Gegenstand entsprechen.

In beiden Fällen sollten die Schüler schließlich selbstständig auswählen können, womit sie sich während des Projekts beschäftigen wollen. Wichtig ist es dazu, dass sämtliche Handlungsmöglichkeiten beispielsweise durch Fotos (von Kuchen und Plätzchen), Modelle (von „Tannenbäumen“, Stoffbeuteln, Perlenketten) u.a. illustriert werden. Im Sinne eines „Projektplans“ werden dann die Themen der sich konstituierenden Gruppen sowie die Namen der jeweiligen Mitglieder für alle sichtbar festgehalten sowie der zeitliche Rahmen des Projekts erläutert und im Klassenkalender eingetragen.

Die konkrete Planung der einzelnen Tätigkeiten sollte bereits in den Kleingruppen stattfinden; dabei sollen die Schüler anhand der Rezepte oder Modelle klären, was ihr Ziel (im Sinne des zu erstellenden Produkts) ist, und was sie brauchen (Arbeitsort und Material), um es erreichen zu können. Die Ergebnisse können, vielleicht in Form eines „Einkaufszettels“, an den Lehrer weitergegeben und mit ihm besprochen werden.

Der Tag vor dem Besuch der Eltern ist schließlich der hauptsächliche Projekttag, an dem die Schüler sich aktiv mit den Handlungsmöglichkeiten auseinandersetzen. Auch dazu muss zunächst jeweils geklärt werden, wie eine Gruppe vorgehen kann, und wer dabei welche Aufgaben übernimmt (vgl. Kapitel 3.3.2.1ff.). Es ist von grundlegender Bedeutung, dass alle Schüler einer Gruppe gemeinsam am jeweiligen Produkt arbeiten. Zu hoffen ist, dass die Handlungsmöglichkeiten so gestaltet sind, dass die Schüler den Wert und die Notwendigkeit ihrer Kooperation für das Erreichen ihres Handlungsziels von sich aus erkennen, und entsprechend jeder Schüler auf Basis seiner Fähigkeiten zum Gruppenerfolg beitragen kann. Dies hängt in erhöhtem Maße auch davon ab, wie viel Erfahrung die Lerngruppe in

Bezug auf projektorientierte und kooperative Unterrichtsformen hat (vgl. Feyerer & Prammer 2002, S.82). Feyerer und Prammer schlagen außerdem vor, dass die Schüler ihren „Lernweg dokumentieren“ (ebd., S.86); dies kann geschehen, indem in jeder Gruppe wechselnde Schüler die Arbeit der anderen mit einer Digitalkamera fotografieren, damit nach Beendigung der Arbeit gemeinsam ein Plakat daraus gestaltet werden kann, auf dem der Arbeitsprozess deutlich wird.

Am Morgen des Elternbesuchs können noch letzte Arbeiten an den Produkten erfolgen, dann können die Schüler gegebenenfalls die Gruppenplakate gestalten. Schließlich sollte es eine Präsentationsphase geben, in der alle Gruppen den Mitschülern ihre Produkte vorstellen und eventuell anhand der Plakate erläutern, wie sie diese hergestellt haben. Indem die Schüler ihre konkreten Tätigkeiten im Sinne des Gemeinsamen Gegenstands hier noch einmal sprachlich oder gestisch beschreiben, abstrahieren sie davon und können sie damit vielleicht ein Stück weiter verinnerlichen. Zudem sollten alle Beteiligten Gelegenheit haben, auszudrücken, was ihnen besonders gut und auch besonders schlecht gefallen hat. Nach der Vorbereitung des Klassenraums ist dann der Höhepunkt der Besuch der Eltern, welche die für sie hergestellten Produkte hoffentlich angemessen zu würdigen wissen, und denen die Kinder (gegebenenfalls anhand der Plakate) den Prozess ihrer Herstellung noch einmal erläutern können.

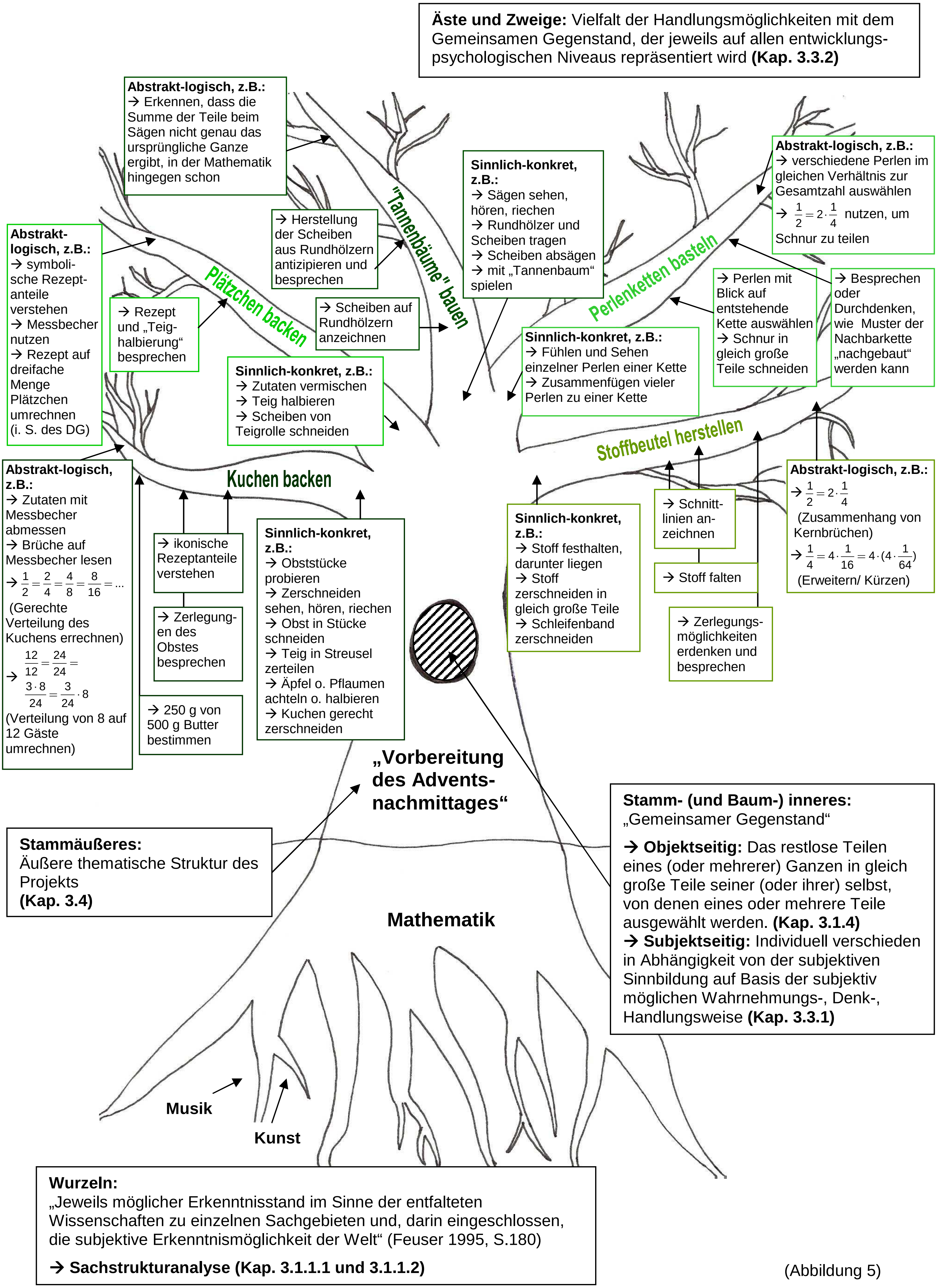
Natürlich können auch gänzlich andere Projektideen gefunden werden, um die aufgeführten Handlungsmöglichkeiten im Unterricht zu verankern. Je nach Gruppengröße kann zudem bereits das gemeinsame Backen eines Kuchens oder die Herstellung eines Obstsalates als Nachtisch (vgl. Anhang) zum (Klein-)Projekt werden.

Offener Unterricht, etwa im Sinne Falko Peschels (vgl. Kapitel 2.3.1), oder das „Stationenlernen“, könnten den Schülern ebenfalls ermöglichen, in individueller Weise, aber gemeinsam, an den Handlungsmöglichkeiten im Sinne des Gemeinsamen Gegenstands zu arbeiten und zu lernen – sofern die Schüler die Freiheit und die Zeit bekommen, sich eigenständig mit den (teils recht zeitintensiven) Handlungsmöglichkeiten auseinanderzusetzen.

Diese Unterrichtsformen eignen sich zudem gut dazu, den Schülern im Anschluss an oben skizziertes Projekt zu ermöglichen, die hier gewonnenen ersten Erkenntnisse im Hinblick auf den Gemeinsamen Gegenstand eigenständig zu vertiefen oder offen gebliebene Fragen zu erforschen.

3.5 Zusammenfassende Darstellung anhand des „Baum-Modells“

In Adaption des von Feuser entworfenen „Baum-Modells“ soll nun auf der folgenden Seite abschließend der Zusammenhang der bisherigen Überlegungen zur Behandlung des Themas „Brüche“ im Unterricht einer heterogenen Lerngruppe deutlich gemacht werden.
Die allgemeine Darstellung und Erläuterung des „Baums“ und seiner Bestandteile findet sich in Feuser 1995, S.178ff. und Feuser 2004, S.150.



Äste und Zweige: Vielfalt der Handlungsmöglichkeiten mit dem Gemeinsamen Gegenstand, der jeweils auf allen entwicklungspsychologischen Niveaus repräsentiert wird **(Kap. 3.3.2)**
Abstrakt-logisch, z.B.: → Erkennen, dass die Summe der Teile beim Sägen nicht genau das ursprüngliche Ganze ergibt, in der Mathematik hingegen schon
"Tannenbäume" bauen
→ Herstellung der Scheiben aus Rundhölzern antizipieren und besprechen
Sinnlich-konkret, z.B.: → Sägen sehen, hören, riechen → Rundhölzer und Scheiben tragen → Scheiben absägen → mit „Tannenbaum“ spielen
→ Scheiben auf Rundhölzern anzeichnen
Abstrakt-logisch, z.B.: → verschiedene Perlen im gleichen Verhältnis zur Gesamtzahl auswählen → $\frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4}$ nutzen, um Schnur zu teilen
Perlenketten basteln
→ Perlen mit Blick auf entstehende Kette auswählen → Schnur in gleich große Teile schneiden
→ Besprechen oder Durchdenken, wie Muster der Nachbarkette „nachgebaut“ werden kann
Sinnlich-konkret, z.B.: → Fühlen und Sehen einzelner Perlen einer Kette → Zusammenfügen vieler Perlen zu einer Kette
Abstrakt-logisch, z.B.: → symbolische Rezeptanteile verstehen → Messbecher nutzen → Rezept auf dreifache Menge Plätzchen umrechnen (i. S. des DG)
Plätzchen backen
→ Rezept und „Teighalbierung“ besprechen
Sinnlich-konkret, z.B.: → Zutaten vermischen → Teig halbieren → Scheiben von Teigrolle schneiden
Kuchen backen
Abstrakt-logisch, z.B.: → Zutaten mit Messbecher abmessen → Brüche auf Messbecher lesen → $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \ldots$ (Gerechte Verteilung des Kuchens errechnen) → $\frac{12}{12} = \frac{24}{24} =$ $\frac{3 \cdot 8}{24} = \frac{3}{24} \cdot 8$ (Verteilung von 8 auf 12 Gäste umrechnen)
→ ikonische Rezeptanteile verstehen
→ Zerlegungen des Obstes besprechen
→ 250 g von 500 g Butter bestimmen
Sinnlich-konkret, z.B.: → Obststücke probieren → Zerschneiden sehen, hören, riechen → Obst in Stücke schneiden → Teig in Streusel zerteilen → Äpfel o. Pflaumen achteln o. halbieren → Kuchen gerecht zerschneiden
Stoffbeutel herstellen
Sinnlich-konkret, z.B.: → Stoff festhalten, darunter liegen → Stoff zerschneiden in gleich große Teile → Schleifenband zerschneiden
→ Schnittlinien anzeichnen
→ Stoff falten
→ Zerlegungsmöglichkeiten erdenken und besprechen
Abstrakt-logisch, z.B.: → $\frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4}$ (Zusammenhang von Kernbrüchen) → $\frac{1}{4} = 4 \cdot \frac{1}{16} = 4 \cdot (4 \cdot \frac{1}{64})$ (Erweitern/ Kürzen)
„Vorbereitung des Adventsnachmittages“
Stammäußeres: Äußere thematische Struktur des Projekts **(Kap. 3.4)**
Stamm- (und Baum-) inneres: „Gemeinsamer Gegenstand“
→ **Objektseitig:** Das restlose Teilen eines (oder mehrerer) Ganzen in gleich große Teile seiner (oder ihrer) selbst, von denen eines oder mehrere Teile ausgewählt werden. **(Kap. 3.1.4)**
→ **Subjektseitig:** Individuell verschieden in Abhängigkeit von der subjektiven Sinnbildung auf Basis der subjektiv möglichen Wahrnehmungs-, Denk-, Handlungsweise **(Kap. 3.3.1)**
Mathematik
Musik
Kunst
Wurzeln: „Jeweils möglicher Erkenntnisstand im Sinne der entfalteten Wissenschaften zu einzelnen Sachgebieten und, darin eingeschlossen, die subjektive Erkenntnismöglichkeit der Welt“ (Feuser 1995, S.180)
→ **Sachstrukturanalyse (Kap. 3.1.1.1 und 3.1.1.2)**

(Abbildung 5)

3.6 Kritische Reflexion

Im Mittelpunkt der Überlegungen zu den vorangegangenen Kapiteln stand zweierlei: Einerseits und ganz überwiegend die Orientierung an der pädagogischen Praxis unter der Frage, inwieweit die skizzierten Zusammenhänge und Vorschläge tatsächlich realistisch und umsetzbar sind; andererseits die Orientierung an der didaktischen Theorie, also vor allem der „entwicklungslogischen Didaktik" nach Georg Feuser. Beides soll im Folgenden kurz einer kritischen Betrachtung unterzogen werden.

Insgesamt denke ich, dass die in Kapitel 3.3.2 beschriebenen Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten in vielfältiger Weise aufzeigen, wie der Gemeinsame Gegenstand Schülern auf ganz verschiedenen Entwicklungsniveaus zugänglich gemacht werden kann – wenngleich dies in der Praxis sicherlich nicht in jeder Lerngruppe in der gleichen Weise realisiert werden kann.

In Anerkennung dieser Tatsache wurden große Teile des Kapitels 3.3 zur „Vermittlung von Subjekt- und Objektseite" im Konjunktiv formuliert. Dies geschah zum einen, da im Rahmen dieser theoretischen Arbeit natürlich nur (wenn auch begründete) Vermutungen darüber aufgestellt werden können, was der Gemeinsame Gegenstand „realen" Schülern subjektseitig bedeuten kann (vgl. dazu auch Kapitel 3.1.2) und welche Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten sich davon ausgehend tatsächlich bieten.

Gerade bei der Erläuterung der Lernmöglichkeiten, die sich Schülern auf verschiedenen Entwicklungsniveaus bieten können (vgl. Kapitel 3.3.2), wurden die einschränkenden Ausdrücke „vielleicht" oder „wahrscheinlich" aus einem weiteren Grund sehr häufig verwendet: Zwar wurde dort beschrieben, welche Handlungen und Erlebnisse einem Schüler auf einer bestimmten Entwicklungsstufe Lernen in Bezug auf den Gemeinsamen Gegenstand ermöglichen könnten; welche dieser Aktivitäten er tatsächlich realisiert, hängt jedoch vor allem von der Zusammenarbeit in der jeweiligen Gruppe ab. Da die Arbeit am Gemeinsamen Gegenstand stets in projektorientiertem oder offenem Unterricht stattfinden soll, muss sie von den Schülern eigenverantwortlich gestaltet werden und ist damit wesentlich davon abhängig, inwieweit die Schüler diese eigenständigen Arbeitsformen kennen und gelernt haben (vgl. Peschel 2001, S.78; Feyerer & Prammer 2002, S.82). Zu hoffen ist, dass die aufgeführten Handlungsmöglichkeiten so gestaltet sind, dass beispielsweise beim Backen eines Kuchens nicht die leistungsstärksten Schüler die Arbeit von anderen übernehmen, weil sie das „viel schneller können", sondern durch die entwicklungspsychologische Vielfalt der zu erledigenden Teilaufgaben jeder Schüler in einer Weise mitarbeitet, die ihm in Bezug auf sein Entwicklungsniveau Lernen ermöglicht. Zu hoffen ist auch, dass Schüler anhand solcher und anderer Handlungsmöglichkeiten ihre Kooperation langfristig als normal und sinnvoll erleben können. Wenn beides der Fall ist, kann in Projekten wie beim Backen des Kuchens so gearbeitet werden, dass jeder Schüler zum Erfolg der Gruppe beiträgt, indem er eine Aufgabe erledigt, die ihn in individueller Weise herausfordert. In diesem Sinne sind die beschriebenen Lernmöglichkeiten für Schüler auf individuellen Entwicklungsniveaus also als „Idealform“ zu verstehen, die umgesetzt werden *kann*, dies jedoch sicherlich nicht immer in vollem Umfang.

Im Zuge der Umsetzung der theoretischen Grundlagen in die praktische Unterrichtsplanung wurde außerdem deutlich, dass Theorie und Praxis nicht immer reibungslos zu vereinen sind.

Bereits erwähnt wurden die Schwierigkeiten bei der unterrichtlichen Realisierung der Handlungsmöglichkeiten in Form eines Projekts (vgl. S.80): Zentrales Ziel der Projektmethode ist unter anderem die „Mitbestimmung [der Schüler] bei der Planung und Durchführung des Projekts“ (Emer & Lenzen 2005, S.116). Demgegenüber birgt die Notwendigkeit, die Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten mit dem Gemeinsamen Gegenstand im Projekt zu „bündeln“, einerseits das Risiko, die gemeinsame Themenwahl einzuengen. Andererseits kann eine zu offene Themenwahl dazu führen, dass die Arbeiten im Projekt nicht in Bezug zum Gemeinsamen Gegenstand stehen. Das damit umrissene Problem gilt meines Erachtens insbesondere für das Thema „Brüche“ und den in Kapitel 3.1.4 objektseitig bestimmten Gemeinsamen Gegenstand. Wie gezeigt, bildet „das restlose Teilen eines (oder mehrerer) Ganzen…“ (vgl. S.52) zwar implizit die Grundlage zu vielen Handlungsmöglichkeiten und Themen, ist aber zu abstrakt und zu speziell, um als Projekttitel ein eigenes Themenfeld abzustecken, wie es Feuser am Gemeinsamen Gegenstand „Wärme“ demonstriert (vgl. Feuser 1989, S.34). Meiner Ansicht nach ist es daher in diesem Fall vertretbar, den Schülern die Themen des Projekts vorzugeben und ihre Mitbestimmung auf die Wahl der Handlungsmöglichkeiten zu beschränken; zumindest kann damit das Problem der „Scheinoffenheit“ (Feyerer & Prammer 2002, S.84) vermieden werden. Alternativ müsste nach Themenfeldern gesucht werden, aus denen sich ausschließlich Handlungsmöglichkeiten mit dem Gemeinsamen Gegenstand ergeben; denkbar wäre in Bezug auf das Thema „Brüche“ vielleicht ein Projekt „Backen“, was jedoch inhaltlich weniger vielfältig wäre.

Bei der Beschäftigung mit dem Projektunterricht ergaben sich außerdem Fragen zu Besonderheiten seiner Realisierung in heterogenen Lerngruppen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht ausführlich erörtert werden konnten. Beispielsweise wäre der Frage nachzugehen, wie allen Schülern, unabhängig von einer etwaigen Behinderung, die aktive Teilnahme an der gemeinsamen Planung und Reflexion von Projekten ermöglicht werden kann. Hierzu macht auch Feuser leider kaum konkrete Aussagen (vgl. Feuser 1995, S.178ff.).

Wichtige theoretische Grundlage der Erarbeitung der Erlebens- und Handlungsmöglichkeiten mit dem Gemeinsamen Gegenstand war das Konzept der „dominierenden Tätigkeit" von A. Leontjew. Rückblickend ist allerdings festzustellen, dass auch die Orientierung an den sechs Stufen der „dominierenden Tätigkeit" eigentlich eine Ausrichtung an (wenn auch differenzierten) Kategorien des „Durchschnitts-Kindes" darstellt und damit im Widerspruch steht zu dem Anspruch, jedem Schüler auf Basis seiner individuellen Fähigkeiten Lernen zu ermöglichen. Im Rahmen dieser Arbeit war dies notwendig, um in Abwesenheit einer realen Lerngruppe verschiedene mögliche Entwicklungsniveaus überhaupt systematisch darstellen zu können. In der Realität hingegen müsste die subjektseitige Bestimmung des Gemeinsamen Gegenstandes und die Planung der Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten konsequenterweise mit Blick auf jeden einzelnen Schüler geschehen. Dieser Anspruch weist interessante Parallelen auf zum Konzept der „Elementarisierung" nach Heinen und Nipkow (vgl. Heinen 2003).

In der Unterrichtspraxis ergibt sich dadurch natürlich ein ungleich höherer Aufwand. Hier kann mangels Erfahrung kein eindeutiges Urteil dazu abgegeben werden, inwieweit dieser Aufwand tatsächlich (auch dauerhaft) leistbar ist. Wie das gesamte Konzept inklusiven Unterrichts, hängt dies vor allem von den Bedingungen ab, unter denen der Unterricht und seine Planung stattfinden. Insbesondere die gemeinsame Leitung einer inklusiven Klasse durch zwei Lehrkräfte, die viele Autoren als notwendig ansehen (vgl. Knauer 2008, S.111; Feuser 1989, S.39), dürfte dazu beitragen, die Planung des Unterrichts mit Blick auf die Bedürfnisse jedes einzelnen Schülers zu erleichtern. Zudem kann angenommen werden, dass die Bestimmung der subjektiven Bedeutung eines Unterrichtsthemas für die Schüler manchmal bereits implizit in die Gestaltung von („gutem") Unterricht einfließt, durch Feusers Konzept also ein in Ansätzen vorhandenes Konzept eine (wenn auch sehr umfassende und systematische) Ausweitung erfährt.

Weiterhin ist davon auszugehen, dass in der Unterrichtspraxis insbesondere die Angebote auf der Stufe des „Lernens“ differenzierter geplant werden müssten, als es in der vorliegenden Arbeit der Fall ist. Schließlich sind die im engeren Sinne mathematischen Lernvoraussetzungen und Vorerfahrungen von Schülern in Bezug auf Brüche in der Realität noch weitaus vielfältiger, als in den Abschnitten zum „Lernen“ jeweils berücksichtigt werden konnte (vgl. Padberg 2009).

Feuser zufolge „ist es geradezu ein leichtes“ [sic!] (Feuser 1989, S.37), von der sinnlich-konkreten Repräsentation des Gemeinsamen Gegenstands ausgehend, „bis in dessen sprachliche, mathematische, physikalische, chemische usw. Strukturen vorzudringen“ (ebd., S.37), den Unterricht also „von unten nach oben“ (ebd., S.37) zu planen. In Bezug auf die aufgeführten Handlungsmöglichkeiten zum Thema „Brüche“ muss dies meiner Ansicht nach differenziert werden: Zwar fällt es tatsächlich nicht schwer, den Gemeinsamen Gegenstand von seiner basalsten Repräsentation bis in mathematische Bereiche hinein auszudifferenzieren; damit ist allerdings nicht gesagt, dass die zugehörigen Handlungsmöglichkeiten auch in einen sinnvollen Zusammenhang gebracht werden können. Darauf verweisen die Schwierigkeiten, die in Kapitel 3.3.2.6 aufgeführten Ansätze zu weiteren Handlungsmöglichkeiten in sinnvoller Weise bis auf die Ebene abstrakt-logischer Repräsentationen des Gemeinsamen Gegenstands auszudehnen. Dies hängt damit zusammen, dass das Thema „Brüche“, wie bereits erwähnt, zwar in vielen Bereichen unseres Alltags eine implizite Rolle spielt, die symbolische Beschreibung dieser Situationen und die damit einhergehenden Konventionen, Rechenregeln etc. jedoch durch den Menschen „aufgeprägt“ sind und sich nicht quasi auf „natürliche Weise“ ergeben, wenn man beispielsweise ein Puzzle oder eine Collage erstellt. Trotzdem zeigen die in Kapitel 3.3.2.1ff. aufgeführten Möglichkeiten, beispielsweise das Erstellen der Stoffbeutelchen, dass und wie dieser Bereich zwischen sinnlich-konkreter und abstrakt-logischer Repräsentation gefüllt und erschlossen werden kann, so dass Lernmöglichkeiten auf individuellen Entwicklungsniveaus in sinnvollem Zusammenhang stehen.

Natürlich ist damit das Thema „Brüche“ für die Schüler nicht erschöpfend behandelt, sondern nur in den Unterricht eingeführt. Die Vertiefung und Weiterentwicklung der individuellen Kenntnisse und Fähigkeiten kann und sollte in weiteren, eventuell auch unterrichtsbegleitenden (Klein-) Projekten (beispielsweise dem Backen eines Geburtstagskuchens), oder in einem sich anschließenden offenen Unterricht stattfinden.

4. Fazit

Was ist nun das Ergebnis dieser Arbeit?

Sicherlich kein fertiges Konzept, mit dem einer beliebigen Klasse das Thema „Brüche“ näher gebracht werden könnte. Wenn die grundsätzliche Heterogenität der Schüler als Ausgangsbedingung von Unterricht anerkannt und berücksichtigt wird, kann es ein solches Konzept auch nicht geben.

Hoffentlich kein bloßes theoretisches Versprechen, das die Realität der Praxis verkennt. Insbesondere in Kapitel 3.6, aber auch vorher, wurde versucht, stets die Realisierbarkeit der Unterrichtsmöglichkeiten im Blick zu behalten.

Stattdessen denke und hoffe ich, dass die vorliegende Arbeit Möglichkeiten aufzeigen kann – Möglichkeiten, auch ein zunächst sehr abstrakt scheinendes Thema wie „Brüche“ in einer heterogenen Klasse so zu behandeln, dass alle Schüler auf Basis ihrer individuellen Voraussetzungen, Fähigkeiten und Bedürfnisse etwas in Bezug auf dieses Thema lernen können.

Doch die schönsten Konzepte bleiben fruchtlos, wenn die Bedingungen für ihre Umsetzung nicht gegeben sind. Sicherlich ist es nicht möglich, dass eine Lehrkraft in einer Klasse mit annähernd 30 Schülern Unterricht in der hier skizzierten Weise gestaltet. Erschwert wird dies auch durch Lehrpläne und Bildungsstandards, die allen Schülern gleichermaßen vorschreiben, was sie am Ende des Schuljahres wissen und können sollen. Hinderlich sind außerdem vielfach bestehende Vorstellungen, welche die Lerninhalte, in diesem Fall „Brüche“, auf die abstrakt-logische Ebene reduzieren und diese als für alle Schüler zu erreichendes Ziel vorgeben, ungeachtet der Tatsache, dass diese Abstraktionsebene eigentlich nur die „Spitze des Eisbergs“ bzw. des Themas darstellt.

Diese gegenwärtigen Bedingungen im deutschen Schulsystem können jedoch kein Argument dafür sein, inklusiven Schulvorstellungen und der hier beschriebenen Didaktik die grundsätzliche Realisierbarkeit abzusprechen, da dieses Schulsystem von einer gänzlich anderen Sicht auf Heterogenität geprägt ist. In Anerkennung der Tatsache, dass alle Schüler verschieden sind, gilt es, diese Sicht auf Heterogenität zu überwinden und sowohl schulorganisatorisch als auch konkret-pädagogisch zu berücksichtigen, dass es „normal ist, verschieden zu sein“.

Ein Unterricht, der sich, wie hier skizziert, an Feusers „entwicklungslogischer Didaktik“ orientiert, ist sicherlich nicht leicht umzusetzen, sondern erfordert insbesondere in der Vorbereitung einen hohen Aufwand. Es wird spannend sein,

vielleicht in meinem anstehenden Referendariat diesbezügliche Erfahrungen zu sammeln. Aber insgesamt denke ich, dass sich dieser Aufwand lohnt.
Denn er ermöglicht es, Unterricht so zu gestalten, dass alle Schüler in ihrer individuellen Verschiedenheit „da abgeholt werden, wo sie stehen" –
oder besser:
Unterricht so zu gestalten, dass er jedem Schüler Wege aufzeigt und ebnet, auf denen er, gemeinsam mit seinen Mitschülern, selbst losgehen kann.

5. Literaturverzeichnis

Gedruckte Quellen

- Autorengruppe Bildungsberichterstattung (Hrsg.) (2010). *Bildung in Deutschland 2010. Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse zu Perspektiven des Bildungswesens im demografischen Wandel.* Bielefeld: W. Bertelsmann.

- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2003). Lehrplan Mathematik. In: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (Hrsg.) *Lehrplan für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung – Grund- und Hauptschulstufe*. (S.162-179). München.

- Boller, S.; Rosowski, E.; Stroot, T. (2007). Heterogenität in der Sekundarstufe II. Einleitende Bemerkungen zum Thema. In: Boller, S; Rosowski, E.; Stroot, T. (Hrsg.) *Heterogenität in Schule und Unterricht. Handlungsansätze zum pädagogischen Umgang mit Vielfalt* (S.12-20). Weinheim, Basel: Beltz.

- Bortz, J.; Döring, N. (2006). Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler (4. Aufl.). Heidelberg: Springer.

- Dudenredaktion (Hrsg.) (2004). *Duden. Die deutsche Rechtschreibung* (23. Aufl.). Mannheim: Brockhaus.

- Eberwein, H.; Knauer, S. (2002a). Einführende Bemerkungen zur sechsten Auflage. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.11-16). Weinheim, Basel: Beltz.

- Eberwein, H.; Knauer, S. (2002b). Integrationspädagogik als Ansatz zur Überwindung pädagogischer Kategorisierungen und schulischer Systeme. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.17-37). Weinheim, Basel: Beltz.

- Emer, W.; Lenzen, K.-D. (2005). *Projektunterricht gestalten – Schule verändern: Projektunterricht als Beitrag zur Schulentwicklung* (2. Aufl.). Baltmannsweiler: Schneider-Verlag Hohengehren.

- Evers-Meyer, K. (2008). Eine Schule für alle – Geleitwort von Karin Evers-Meyer, MdB, Beauftragte der Bundesregierung für die Belange behinderter Menschen. In: Knauer, S. *Integration. Inklusive Konzepte für Schule und Unterricht* (S.11-12). Weinheim, Basel: Beltz.

- Feuser, G. (1995). *Behinderte Kinder und Jugendliche. Zwischen Integration und Aussonderung.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

- Feuser, G. (2002). Momente entwicklungslogischer Didaktik einer Allgemeinen (integrativen) Pädagogik. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.280-294). Weinheim, Basel: Beltz.

- Feuser, G. (2004). Lernen, das Entwicklung induziert – Grundlagen einer entwicklungslogischen Didaktik. In: Carle, U.; Unckel, A. (Hrsg.) *Entwicklungszeiten. Forschungsperspektiven für die Grundschule* (S.142-153). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

- Frey, K. (2007). *Die Projektmethode. „Der Weg zum bildenden Tun“.* (Sonderausgabe). Weinheim, Basel: Beltz.

- Heinen, N. (2003). Überlegungen zur Didaktik mit Menschen mit schwerer Behinderung. In: Lamers, W.; Klauß, T. (Hrsg.) *…alle Kinder alles lehren! – Aber wie? Theoriegeleitete Praxis bei schwer- und mehrfachbehinderten Menschen* (S.55-77). Düsseldorf: verlag selbstbestimmtes leben.

- Hetzner, R.; Podlesch, W. (2002). Kinder mit elementaren Lernbedürfnissen („Schwerstmehrfachbehinderte“) in Integrationsklassen. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.392-402). Weinheim, Basel: Beltz.

- Hildeschmidt, A.; Sander, A. (1996). Zur Effizienz der Beschulung sogenannter Lernbehinderter in Sonderschulen. In: Eberwein, H. (Hrsg.) *Handbuch Lernen und Lern-Behinderungen* (S.115-134). Weinheim, Basel: Beltz.

- Iben, G. (2002). Das Versagen der allgemeinen Schule gegenüber Behinderten und Benachteiligten. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.69-77). Weinheim, Basel: Beltz.

- Jantzen, W. (2007). Das Konzept der dominierenden Tätigkeit. In: Jantzen, W. (Hrsg.) *Allgemeine Behindertenpädagogik. Teil 1 und Teil 2* (S.198-201). Berlin: ICHS.

- Kirsch, A. (1987). *Mathematik wirklich verstehen. Eine Einführung in Grundbegriffe und Denkweisen.* Köln: Aulis-Verlag.

- Klafki, W. (1969). Didaktische Analyse als Kern der Unterrichtsvorbereitung. In: Roth, H.; Blumenthal, A. (Hrsg.) *Auswahl. Grundlegende Aufsätze aus der Zeitschrift Die Deutsche Schule* (10. Aufl.) (S.5-34). Hannover: Schroedel.

- Kluge, F. (1989). *Etymologisches Wörterbuch der deutschen Sprache / Friedrich Kluge. Unter Mithilfe von Max Bürgisser u. Bernd Gregor völlig neu bearbeitet von Elmar Seebold* (22. Aufl.). Berlin, New York: De Gruyter.

- Knauer, S. (2008). *Integration. Inklusive Konzepte für Schule und Unterricht.* Weinheim, Basel: Beltz.

- Kottmann, B. (2004). Feststellung sonderpädagogischen Förderbedarfs: Konstruktion von Behinderung in der Grundschule? In: Carle, U.; Unckel, A. (Hrsg.) *Entwicklungszeiten. Forschungsperspektiven für die Grundschule.* (S.169-173). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

- Maikowski, R.; Podlesch, W. (2002). Zur Sozialentwicklung von Kindern mit und ohne Behinderung. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.226-238). Weinheim, Basel: Beltz.

- Mand, J. (2002). Zur Integration von Kindern und Jugendlichen mit so genannter Lernbehinderung. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.360-369). Weinheim, Basel: Beltz.

- Manske, C. (2002). Nicht die Kinder stören die Lehrer, sondern das Lehrer-Schüler-Verhältnis ist gestört. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.295-303). Weinheim, Basel: Beltz.

- Manske, C. (2004). *Entwicklungsorientierter Schreib- und Leseunterricht für alle Kinder. Die nichtlineare Didaktik nach Vygotskij*. Weinheim, Basel: Beltz.

- Markowetz, R. (2003). Maßnahmen der Inneren Differenzierung und Individualisierung im kooperativen Unterricht nach dem Außenklassenmodell in Baden-Württemberg. In: Lamers, W.; Klauß, T. (Hrsg.) *…alle Kinder alles lehren! – Aber wie? Theoriegeleitete Praxis bei schwer- und mehrfachbehinderten Menschen* (S.153-186). Düsseldorf: verlag selbstbestimmtes leben.

- Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.) (2004). *Kernlehrplan für die Gesamtschule – Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen – Mathematik*. Frechen: Ritterbach-Verlag.

- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.) (2009). *Verordnung über die sonderpädagogische Förderung, den Hausunterricht und die Schule für Kranke (Ausbildungsordnung gemäß §52 SchulG – AO-SF).* Düsseldorf.

- Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.) (1998). *Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe I der Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen – Arbeitslehre. Technik, Wirtschaft, Hauswirtschaft.* Frechen: Ritterbach-Verlag.

- Münch, J. (2001). Wie die Sonderpädagogik wieder auf die allgemein pädagogischen Füße gestellt wurde. In: Lumer, B. (Hrsg.) *Integration behinderter Kinder. Erfahrungen – Reflexionen – Anregungen* (S.8-26). Berlin: Cornelsen Scriptor.

- Padberg, F.; Danckwerts, R.; Stein, M. (1995). *Zahlbereiche. Eine elementare Einführung*. Heidelberg, Berlin, Oxford: Spektrum.

- Padberg, F. (2009). *Didaktik der Bruchrechnung* (4. Aufl.). Heidelberg: Spektrum.

- Peschel, F. (2001). Offener Unterricht ist präventiver Unterricht – Präventiver Unterricht ist offener Unterricht. In: Lumer, B. (Hrsg.) *Integration behinderter Kinder. Erfahrungen – Reflexionen – Anregungen* (S.74-87). Berlin: Cornelsen Scriptor.

- Peterßen, W. (2000). *Handbuch Unterrichtsplanung. Grundfragen, Modelle, Stufen, Dimensionen.* (9. Aufl.). München: Oldenbourg.

- Poppe, M. (1998). Grundlegende didaktische Anforderungen an integrativen Unterricht in der Sekundarstufe I. In: Preuss-Lausitz, U.; Maikowski, R. (Hrsg.) *Integrationspädagogik in der Sekundarstufe. Gemeinsame Erziehung behinderter und nichtbehinderter Jugendlicher* (S.172-189). Weinheim, Basel: Beltz.

- Prediger, S. (2006). Vorstellungen zum Operieren mit Brüchen entwickeln und erheben. Vorschläge für vorstellungsorientierte Zugänge und diagnostische Aufgaben. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, 11, S.8-12.

- Prengel, A. (2002). Zur Dialektik von Gleichheit und Differenz in der Bildung. Impulse der Integrationspädagogik. In: Eberwein, H.; Knauer, S. (Hrsg.) *Handbuch Integrationspädagogik* (6. Aufl.) (S.140-147). Weinheim, Basel: Beltz.

- Risse, E. (2007). Umgang mit Heterogenität – auch im Gymnasium. In: Boller, S; Rosowski, E.; Stroot, T. (Hrsg.) *Heterogenität in Schule und Unterricht. Handlungsansätze zum pädagogischen Umgang mit Vielfalt* (S. 118-127). Weinheim, Basel: Beltz.

- Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2010). *Sonderpädagogische Förderung in Schulen 1999 bis 2008.* Berlin.

- Stroot, T. (2007). Vom Diversitäts-Management zu „Learning Diversity“. Vielfalt in der Organisation Schule. In: Boller, S; Rosowski, E.; Stroot, T. (Hrsg.) *Heterogenität in Schule und Unterricht. Handlungsansätze zum pädagogischen Umgang mit Vielfalt* (S. 52-64). Weinheim, Basel: Beltz.

- Schorch, G. (2003). „Die Schüler da abholen, wo sie stehen…“ – Guter Unterricht berücksichtigt Vorerfahrungen und Vorwissen der Schüler. In: *Lernchancen*, 31, S.14-18.

- Tillmann, K.-J. (2004). System jagt Fiktion. Die homogene Lerngruppe. In: Friedrich Verlag (Hrsg.) *Heterogenität. Unterschiede nutzen – Gemeinsamkeiten stärken. Friedrich Jahresheft XXII 2004* (S. 6-9). Seelze: Friedrich.

- Von Saldern, M. (2007). Heterogenität und Schulstruktur. Ein Blick auf Restriktionen und Selbstrestriktionen des deutschen Schulsystems. In: Boller, S; Rosowski, E.; Stroot, T. (Hrsg.) *Heterogenität in Schule und Unterricht. Handlungsansätze zum pädagogischen Umgang mit Vielfalt* (S.42-51). Weinheim, Basel: Beltz.

- Wenning, N. (2007). Heterogenität als Dilemma für Bildungseinrichtungen. In: Boller, S.; Rosowski, E.; Stroot, T. (Hrsg.) *Heterogenität in Schule und Unterricht. Handlungsansätze zum pädagogischen Umgang mit Vielfalt.* (S.21-31). Weinheim, Basel: Beltz.

- Wischer, B. (2007). Heterogenität als komplexe Anforderung an das Lehrerhandeln. Eine kritische Betrachtung schulpädagogischer Erwartungen. In: Boller, S; Rosowski, E.; Stroot, T. (Hrsg.) *Heterogenität in Schule und Unterricht. Handlungsansätze zum pädagogischen Umgang mit Vielfalt* (S. 32-41). Weinheim, Basel: Beltz.

- Wocken, H. (1998). Gemeinsame Lernsituationen. Eine Skizze zur Theorie des gemeinsamen Unterrichts. In: Hildeschmidt, A.; Schnell, I. (Hrsg.) *Integrationspädagogik. Auf dem Weg zu einer Schule für alle* (S.37-52). Weinheim, München.

- Wygotski, L. (1964). *Denken und Sprechen*. Berlin: Akademie-Verlag.

- Ziegenrücker, W. (2007). *ABC Musik – Allgemeine Musiklehre. 446 Lehr- und Lernsätze.* (5.Aufl.). Leipzig: Deutscher Verlag für Musik.

- Ziemen, K. (2002). Eine Chance für alle Kinder und Jugendlichen – die „Vermittlung". Grundproblem der Didaktik. In: *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 4, S.134-138.

Internetquellen

- Balgo, R. (2005). *Konstruktionsbedingungen eines lernfördernden Unterrichts. Welche Perspektiven lassen sich aus einer systemisch-konstruktivistischen Theorie ableiten?* In: *Das gepfefferte Ferkel. Online-Journal für systemisches Denken und Handeln.* Aachen: Institut für Beratung und Supervision.

- Feuser, G. (1989). *Allgemeine integrative Pädagogik und entwicklungslogische Didaktik.* [Online-Dokument] URL http://bidok.uibk.ac.at/library/feuser-didaktik.html (06.07.2010).
  Zuerst erschienen in: *Behindertenpädagogik*, 28, S. 4-48.

- Feuser, G. (1999). *Integration – eine Frage der Didaktik einer Allgemeinen Pädagogik.* [Online-Dokument] URL http://bidok.uibk.ac.at/library/beh1-99-frage.html (09.07.2010).
  Zuerst erschienen in: *Behinderte in Familie, Schule und Gesellschaft*, 1/99.

- Feyerer, E.; Prammer, W. (2002). *Gemeinsamer Unterricht in der Sekundarstufe I. Anregungen für eine integrative Praxis.* [Online-Dokument] URL http://bidok.uibk.ac.at/library/feyerer-unterricht.html (31.09.2010).

- Hinz, A. (1993). *Heterogenität in der Schule. Integration – Interkulturelle Erziehung – Koedukation.* [Online-Dokument] URL http://bidok.uibk.ac.at/library/hinz-heterogenitaet_schule.html#id3051065 (01.09.2010).
  Zuerst erschienen in: Hinz, A. (1993). *Heterogenität in der Schule. Integration – Interkulturelle Erziehung – Koedukation.* Hamburg: Curio-Verlag Erziehung und Wissenschaft.

- Statistisches Bundesamt (2010). *Schüler: Bundesländer, Schuljahr, Geschlecht, Jahrgangsstufen.* [Online-Dokument] URL https://www-genesis.destatis.de/genesis/online;jsessionid=9C73FC1844E5D065787EF7873ED21707.tomcat_GO_2_2?operation=abruftabelleBearbeiten&levelindex=2&levelid=1289062808332&auswahloperation=abruftabelleAuspraegungAuswaehlen&auswahlverzeichnis=ordnungsstruktur&auswahlziel=werteabruf&selectionname=21111-0004&auswahltext=&werteabruf=Werteabruf (13.08.2010).

- Von Weizsäcker, R. (1993). *Ansprache bei der Eröffnungsveranstaltung der Tagung der Bundesarbeitsgemeinschaft Hilfe für Behinderte am 01.07.1993*. [Online-Dokument] URL http://www.bundespraesident.de/Reden-und-Interviews/Reden-Richard-von-Weizsaecker-,12166.650868/Ansprache-von-Bundespraesident.htm?global.printview=2 (03.09.2010).

6. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 – Zahlbereiche der Mathematik…………………………………………..S.37
Abbildung 2 – Bruch als Teil einer Einheitsstrecke…………………………………S.42
Abbildung 3 – Gleichwertigkeit zweier verschiedener Brüche…………………….S.43
Abbildung 4 – Verortung von Brüchen am Zahlenstrahl
(vgl. Padberg et al. 1995, S.73)..S.46
Abbildung 5 – Zusammenfassende Darstellung des Unterrichts anhand des
„Baum-Modells“ von G. Feuser
(vgl. Feuser 1995, S.178ff.; Feuser 2004, S.150)…………………S.84

Anhang

I. Ergänzung zu Kapitel 2.2.1 und 2.2.2: Kritik an homogenisierender Praxis und Theorie 99

II. Ergänzung zu Kapitel 3.3.2: Weitere Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten mit dem „Gemeinsamen Gegenstand“ 102

Pizza backen 102

Obstsalat herstellen 105

Kleine Tische bauen 108

III. Rezept zu 3.3.2.1: Apfelkuchen 111

IV. Rezept zu 3.3.2.1: Pflaumenkuchen 114

V. Rezept zu 3.3.2.2: „Schwarz-Weiß-Plätzchen“ 117

VI. Erläuterung und Skizzen zu 3.3.2.4: „Tannenbäume“ 120

VII. Rezept: Pizza 122

VIII. Rezept: Obstsalat 126

IX. Danksagung 127

X. Eidesstattliche Erklärung 128

I. Ergänzung zu Kapitel 2.2.1 und 2.2.2: Kritik an homogenisierender Praxis und Theorie

Nicht erst infolge der bildungspolitischen Diskussion um die deutschen PISA-Ergebnisse werden Zweifel an der Struktur und Ausgestaltung des deutschen Schulsystems laut. Kritik an der institutionalisierten Selektion und Separierung führte schon in den 1970er und 1980er Jahren zur Einrichtung der ersten Gesamtschulen und schon vorher postulierten reformpädagogische Ansätze wie der „Kleine Jena-Plan“ von Peter Petersen einen anderen Umgang mit der Heterogenität der Schüler. Insbesondere die Integrationsbewegung, die seit den 1970er Jahren auf die gemeinsame Beschulung behinderter und nichtbehinderter Kinder hinarbeitet, wendet sich in fundamentaler Weise gegen die Grundstrukturen des deutschen Schulsystems. Im Folgenden soll versucht werden, die Kritik am selektierenden Schulsystem grob zu umreißen, wobei insbesondere auf die Frage der Sonder- bzw. Förderschulen fokussiert wird. Diese Fokussierung geschieht zum einen, da sich der Schwerpunkt dieser Arbeit auf die gemeinsame Unterrichtung von Schülern mit und ohne Behinderung richtet, und zum anderen, da sich die Argumentationen gegen die Institution „Förderschule“ weitgehend mit allgemeinpädagogischen Forderungen in Bezug auf das Regelschulsystem decken, wenngleich sie in unterschiedlichen Formulierungen und mit unterschiedlichen Akzentuierungen vorgebracht werden. Hierauf wird an den entsprechenden Stellen eingegangen.

Das deutsche Sonder- bzw. heutige Förderschulsystem ist eines der sichtbarsten Zeichen für die institutionalisierte Selektion und Separierung der Schüler. Die es begründenden Annahmen werden seit den 1970er Jahren nicht nur aus ethischer, sondern auch aus erziehungs- und sozialwissenschaftlicher Sicht massiv infrage gestellt (vgl. Münch 2001, S.11). Münch (2001) nennt drei wesentliche Bereiche, in denen ein Umdenken stattgefunden hat: Zum einen hat sich „die separierte Förderung (…) [von Schülern mit „besonderem Förderbedarf“] entgegen den pädagogischen Intentionen in verschiedener Hinsicht als nachteilig“ (Münch 2001, S.11) erwiesen, da vor allem ihre „entwicklungsbehindernd[e]“ (ebd., S.11) Wirkungen wie die Stigmatisierung und Isolation sowie die „gelernte Hilflosigkeit“ (ebd., S.11) der betroffenen Kinder und Jugendlichen durch ihre „zur Perfektion ausgebaute Herausnahme aus den regulären Lernfeldern und Lebens-zusammenhängen“ (Feuser 1989, S.6) sichtbar wurden. So kamen Hildeschmidt und Sander 1996 für die Förderschule für den Förderschwerpunkt Lernen zu dem Schluss, es ließen sich „bezüglich der sozialen Integration und der psychischen

Entwicklung (…) keine bleibenden Effekte (…) nachweisen, die stark genug wären, die Stigmatisierungseffekte zu kompensieren“ (Hildeschmidt & Sander 1996, zit. nach Münch 2001, S.15).

Zweiter wesentlicher Kritikpunkt war und ist die diagnostische Festlegung einer Grenze zwischen „angemessener“ und „nicht angemessener“ Entwicklung, wie sie mit dem „Verfahren zur Feststellung des sonderpädagogischen Förderbedarfs“ vollzogen wird. Münch bezeichnet die Bestimmung dieser Grenze „im Einzelfall entwicklungspsychologisch und gesellschaftlich-kulturell als offene Fragestellung, nicht als gesicherten Forschungsstand“ (Münch 2001, S.12). Als „Paradebeispiel“ kann hierzu das Ergebnis „über dreißigjähriger Diskussion“ (ebd., S.12) zur Definition einer Lernbehinderung dienen: „Lernbehindert ist, wer die Schule für Lernbehinderte besucht.“ (zit. nach Münch 2001, S.12). Ähnlich umstritten wie die Zuweisung sonderpädagogischen Förderbedarfs ist die Aufteilung der deutschen Schüler auf Haupt-, Real-, Gesamtschule oder Gymnasium nach der vierten Klasse: Die in Kapitel 2.2.1 referierten Annahmen zur Möglichkeit der verlässlichen Prognose der Leistungsfähigkeit eines Kindes (vgl. S. 10), auf denen diese Aufteilung basiert, gelten nach von Saldern „weithin als empirisch unbelegt“ (von Saldern 2007, S.43) und Tillmann stellt fest, die Prognose der Grundschullehrer zur am besten geeigneten Schulform erweise sich „häufig als falsch“ (Tillmann 2004, S.8).

Der dritte wesentliche Kritikpunkt am Konzept der Sonder- bzw. Förderschulen ergibt sich aus einem veränderten Blickwinkel von Sonderpädagogik und allgemeiner Erziehungs- und Sozialwissenschaft. Demnach können „Behinderungen und Schulschwierigkeiten (…) nicht mehr ‚an sich’ und als unveränderbare, quasi biologische Eigenschaften einer Person angesehen werden, sondern bedürfen der Betrachtung in ihrem systemischen und veränderbaren Kontext“ (Münch 2001, S.12). Hieran wird ein deutlicher Widerspruch zu den alten Annahmen deutlich, die zur Einrichtung der Hilfsschulen geführt haben: Schulische Probleme eines Kindes werden nicht mehr nur an seiner Persönlichkeit festgemacht, sondern können ebenso gut als Probleme der Schule gesehen werden. Der institutionalisierten Praxis, „in der Kinder ihrem Förderbedarf folgen müssen und nicht der Bedarf an Förderung dem Kind folgt“ (Evers-Meyer 2008, S.12), wird so jede Legitimation entzogen. Neben diesen Ergebnissen der fachwissenschaftlichen Diskussion[1]

[1] Die weiteren institutionellen Konsequenzen aus diesen inhaltlichen Entwicklungen (z.B. die Empfehlungen der KMK 1994 oder die „Salamanca-Erklärung“ der UNESCO 1994 und die

wurden die starren Prinzipien und Strukturen des selektiven Schulsystems „vor allem [durch] Elterninitiativen, welche (…) die Erziehung und Unterrichtung ihrer behinderten Kinder im allgemeinen Bildungssystem einforderten“ (Münch 2001, S.15), auch in praktischer Hinsicht aufgebrochen.

Angesichts dieser offenen Widersprüche gegen das selektive Schulsystem muss sich dieses zunehmend „nach dem Sinn perfekt homogener Klassen“ (so es diese denn gäbe; vgl. Kapitel 2.2.1) befragen lassen (vgl. von Saldern 2007, S.47). Von Saldern konstatiert hierzu, es gebe in pädagogischer Hinsicht „empirisch keinen Hinweis, dass dieses Vorgehen [der Homogenisierung] immer und überall sinnvoll ist“, vielmehr gelte: „Stärkere ziehen Schwächere mit“ (von Saldern 2007, S.47). Wenn es schon nicht pädagogisch begründet ist, sieht Feuser den (inoffiziellen) Zweck des bestehenden Bildungssystems in der „Sicherung des Bildungsprivilegs für wenige, die grundsätzlich nur zu Lasten von vielen (…) erfolgen kann“ (Feuser 1989, S.7; vgl. auch Knauer 2008, S.167). Wird auch hieraus also mindestens ein Legitimationsproblem der selektierenden Praxis erkennbar, gibt Tillmann eindrücklich zu bedenken, welche Folgen sie für die betroffenen Schüler haben kann:

> „Die meisten dieser Maßnahmen der Homogenisierung funktionieren als Ausschluss der jeweils Leistungsschwächeren. Produziert werden damit Erfahrungen des Versagens, des Nicht-Könnens, des Ausgeschlossenwerdens – und dies in einem Ausmaß wie wohl in keinem Schulsystem der Welt. (…) Mehr als 40% unserer Schülerinnen und Schüler machen zwischen der 1. und 10. Klasse mindestens einmal die Erfahrung, von ihrer Lerngruppe aufgrund angeblich mangelnder Fähigkeiten ausgeschlossen zu werden. Die institutionale Fiktion, man müsse Heterogenität reduzieren, (…) fordert somit sehr viele Opfer:“ (Tillmann 2004, S.8; vgl. hierzu auch Feuser 1989, S.3; Knauer 2008, S.48).

Insgesamt sind also mittlerweile, auch infolge der PISA-Ergebnisse, viele Argumente der schon lange geführten Integrationsdiskussion in der allgemeinen Debatte um das deutsche Schulsystem angekommen. Während einige Stimmen darauf basierend fordern, etwa „die Organisation unseres derzeitigen Schulsystems zu flexibilisieren“ (von Saldern 2007, S.50), kann es laut Georg Feuser und auch Sabine Knauer nur eine Reaktion auf die beschriebene Kritik geben: Die „Überwindung des gegliederten Schulsystems“ und seine vollständige Ersetzung durch „eine Schule für alle“ (Feuser 1989, S.3).

Entwicklungen im deutschen Sonderschulsystem) können hier nicht wiedergegeben werden, dafür sei verwiesen auf Münch (2001).

II. Ergänzung zu Kapitel 3.3.2: Weitere Handlungs- und Erlebensmöglichkeiten mit dem „Gemeinsamen Gegenstand“

Pizza backen

Während das Teilen von Pizzen auf ikonischer Ebene ein „Klassiker“ der Bruchrechendidaktik ist, backen die Schüler hier selbst eine Pizza. Schließlich bietet nicht nur die fertige Pizza, sondern auch der Prozess ihrer Zubereitung vielfältige Gelegenheiten, das Teilen sehr verschiedener Ganzer vorwiegend auf der Ebene materieller Handlungen zu erfahren.

Dazu ist es zunächst notwendig, dass die Schüler das entsprechende Rezept (s. Anhang) lesen und verstehen. Anschließend müssen die Zutaten beschafft werden – entweder können diese eingekauft werden, vorteilhaft wäre es aber, wenn bereits Lebensmittel vorhanden sind, aus denen entsprechend das Benötigte ausgewählt werden kann. Während die Zutaten des Pizzateigs im Rezept eindeutig benannt sind, können die Schüler für den Belag zunächst kleine Stücke möglicher Zutaten (Tomaten, Paprika, Käse, Ananas, Champignons, Salami, Schinken, Mais, …) abschneiden, daran riechen und sie probieren und dann gemeinsam auswählen, womit die Pizza belegt wird. Zur Herstellung des Teigs müssen die Zutaten nach den Angaben im Rezept abgemessen und mit dem Mixer oder mit der Hand vermengt und geknetet werden, bevor der Teig etwas gehen muss. Anschließend muss der große Teigklumpen entsprechend der Anzahl runder Pizzableche in gleich große Teile aufgeteilt werden. Diese werden rund ausgerollt, auf die Bleche gelegt und mit Tomatensauce bestrichen. Die Zutaten für den Belag müssen zunächst gewaschen werden, bevor sie mit verschiedenen Werkzeugen (Messer, Käsehobel) oder mit den Händen zerkleinert werden. Das Zerschneiden kann nach eigenen Vorstellungen der Schüler geschehen; damit die einzelnen Stücke jeder Zutat ungefähr gleich groß werden, ist es jedoch sinnvoll, sich zunächst darüber auszutauschen. Schließlich werden die Pizzen mit den entsprechenden Zutaten belegt und in den passend eingestellten Ofen geschoben. Anhand von selbst gemalten Pizzen oder rein gedanklich kann nun bereits die Frage angegangen werden, wie die fertigen Pizzen gerecht an die Zahl der hungrigen Schüler verteilt werden können. Schlussendlich müssen dazu die fertigen Pizzen in entsprechend viele gleich große Stücke geschnitten werden.

Ein Schüler, dessen „dominierende Tätigkeit“ die Wahrnehmung ist, kann anhand der vielfachen sinnlich-konkreten Repräsentationen des „Teilens von Ganzen“

vielleicht eine basale Orientierungsgrundlage von diesem Vorgang erwerben. Bei der Auswahl des Belags der Pizza kann er ein Stück Tomate, Ananas oder Salami sehen, schmecken und riechen und das jeweilige Stück vielleicht in Beziehung setzen zum Ganzen, von dem es abgeschnitten (und damit erst für ihn essbar) wurde. Wenn ihm geeignete Kommunikationsmittel zur Verfügung stehen (Verbalsprache, Talker, Gebärden), kann er auf Basis seiner sensorischen Eindrücke beim Probieren vielleicht über die Verwendung bestimmter Zutaten mitentscheiden. Möglicherweise kann es auch im Bereich seiner „nächsten Zone der Entwicklung“ liegen, selbst beispielsweise von einem Stück Käse abzubeißen, also selbst in Ansätzen eine materielle Handlung im Sinne des Gemeinsamen Gegenstands durchzuführen. Während der Herstellung der Pizza kann er die einzelnen Zutaten als Ganze sehen und mitverfolgen, wie sie geteilt werden, und so einen grundlegenden Eindruck vom Teilen von Ganzen erwerben – dies durch visuelle Wahrnehmung, aber möglicherweise auch anhand auditiver (etwa das „Klack-klack-klack“ der Messer auf Schneidebrettchen) oder olfaktorischer (Geruch geschnittener Zwiebeln) Eindrücke .

Ein Schüler auf der Stufe der „manipulierenden Tätigkeit“ kann vor allem auf der Ebene materieller Handlungen tätig werden und dort seine Fähigkeiten und Vorstellungen bezüglich des Teilens von Ganzen ausbauen. In Kooperation mit den anderen Schülern kann er beim Zerteilen der für den Belag vorgesehenen Zutaten helfen und beispielsweise Salami-Scheiben mit den Händen zerreißen oder Käse reiben, oder unter Hilfestellung eines erfahreneren Schülers erste Schneideversuche mit dem Messer (etwa bei Käse) unternehmen. Beim Rühren des Teigs kann der Schüler die Erfahrung machen, wie mehrere (allerdings sehr unterschiedliche) Teile zu einem neuen Ganzen zusammengefügt werden.

Diese Erfahrung ist sicherlich auch einem Schüler auf der Ebene der „gegenständlichen Tätigkeit“ zugänglich. Möglicherweise kann er außerdem beim Zerschneiden der Zutaten des Belags seinen Umgang mit den dafür vorgesehenen Werkzeugen verbessern. Vielleicht kann er in Absprache mit den anderen Schülern (lautsprachliche Handlungen) gegebenenfalls kleinere oder größere Stücke schneiden oder beispielsweise annähernd gleich dicke Salamischeiben produzieren – die Größe der Teile würde so in den Blickpunkt rücken. Indem dieser Schüler das Teilen von Ganzen bereits als materielle Handlung kennt, könnte er außerdem in Ansätzen ikonische Darstellungen im Rezept im Sinne materialisierter Handlungen mit der realen Tätigkeit in Verbindung bringen.

Ein Schüler, dessen „dominierende Tätigkeit“ das Spiel ist, kann die ikonischen Darstellungen im Rezept aufgrund seiner größeren Erfahrung mit materiellen Handlungen vielleicht im Hinblick auf die zu verrichtenden Tätigkeiten interpretieren und beispielsweise erkennen, dass die Tomaten zerteilt werden müssen. Beim Zerschneiden der verschiedenen Zutaten ist er möglicherweise in der Lage, systematisch vorzugehen (beispielsweise einen Pilz zu halbieren und die Hälften wiederum zu halbieren), wenn ihm dies demonstriert wird. In Kooperation mit den anderen Schülern kann er vielleicht in Ansätzen beurteilen, ob die zu bildenden Teile des gesamten Teigklumpens gleich groß sind.

Einem Schüler auf der Ebene des „Lernens“ schließlich ist es wahrscheinlich mehr oder weniger gut möglich, auch die symbolischen Anteile des Rezepts zu lesen und zu verstehen. Auf seinen bisherigen mathematischen Kenntnissen basierend, könnte es ihm gelingen, die Zutaten für den Pizzateig mit verschiedenen Hilfsmitteln (Messbecher, Esslöffel) abzumessen. Der Versuch, 150 g Margarine aus einer 250 g-Packung herauszubekommen, ohne dies abwiegen zu können, dürfte schon eine echte Herausforderung darstellen, die in besonderer Weise die Verknüpfung von symbolischer und anschaulich-konkreter Ebene fordert und fördert. Vielleicht können mehrere Schüler zusammen schließlich darauf kommen, das Wissen, dass $250=5\cdot50$ und $150=3\cdot50$ ist, auf die Margarine zu übertragen. Wenn darauf basierend die Margarine in 5 etwa gleich große Teile geteilt wird und davon 3 ausgewählt werden, stellt dies eine implizite, aber exakte enaktive Realisierung der Brüche $\frac{5}{5}$ und $\frac{3}{5}$ im Sinne des Bruchzahlaspekts „Teil vom Ganzen“ dar. Zudem kann ein Schüler auf der Stufe des Lernens sich anhand eines entsprechend gestalteten Messbechers vielleicht erschließen, dass ½ kg Mehl 500g, also der Hälfte von 1 kg Mehl, entspricht. Hier würde das Halbieren eines Ganzen in seiner abstrakt-logischen Repräsentation in Bezug zur materiellen Handlung gesetzt. Zudem kann das gleichmäßige Verteilen der Teigmenge auf die verschiedenen Bleche eine materielle Handlung im Sinne des Gemeinsamen Gegenstands sein, die für diesen Schüler auf Basis erworbener Größenvorstellungen realisierbar und erfassbar ist.

Schüler, die bereits grundlegende Kenntnisse von Brüchen erworben haben, können darauf basierend vielleicht berechnen, wie viele Pizzen mit dem insgesamt vorhandenen Mehl gebacken werden könnten, oder die Angaben des Rezepts für einen anderen Anlass auf die dreifache Menge Pizza umrechnen. Letzteres könnte implizite Grundlagen für ein Verständnis des Distributivgesetzes schaffen: Wenn man das Ganze ver-x-facht, ver-x-facht sich auch die jeweilige Anzahl seiner Teile.

An der Lösung der Frage, wie die fertigen Pizzen gerecht an alle Schüler der Klasse verteilt werden können, können abschließend alle Schüler der Gruppe auf ihrem individuellen Entwicklungsniveau teilnehmen: Auf der Stufe des „Lernens“ können die Schüler vielleicht im Vorfeld anhand selbst gemalter Pizzen überlegen, wie viele wie große Stücke jeder Schüler gerechterweise bekommen müsste. Eventuell können dabei auf dieser anschaulichen Ebene bereits Einsichten zur „Gleichwertigkeit“ verschiedener Verteilungen entstehen. Die sinnlich-konkrete Erfahrung dieser Gleichwertigkeit kann von Schülern mit weitergehenden Kenntnissen zu Brüchen vielleicht durch Rückgriff auf die symbolische Ebene begründet werden, was ihr Verständnis der Gleichwertigkeit zweier Brüche vertiefen kann. Schüler auf der Stufe des „Spiels“ können beim Verteilen der Pizza mitarbeiten und vielleicht beurteilen, ob die einzelnen Stücke tatsächlich gleich groß sind, wofür gegebenenfalls Überprüfungsmöglichkeiten gefunden werden könnten (Übereinanderlegen/-halten der Stücke). Schülern, deren „aktuelle Zone der Entwicklung“ durch die „manipulierende“ oder „gegenständliche“ Tätigkeit gekennzeichnet ist, kann es ein Lerninhalt sein, gemeinsam die Pizza in die als gleich groß erachteten Stücke zu schneiden und im Folgenden vielleicht ihr jeweils eigenes Stück in essbare Portionen zu zerteilen. Ein Schüler, dessen „dominierende Tätigkeit“ die Wahrnehmung ist, kann möglicherweise das lang ersehnte Pizzastück auf seinem Teller als Resultat des Teilens der ganzen Pizza erkennen und somit die Verbindung zwischen dem Ganzen und seinen Teilen in seiner Vorstellung festigen.

Obstsalat herstellen

Auch beim Herstellen eines Obstsalates kann das Teilen eines Ganzen vor allem sinnlich-konkret und alltagsnah vollzogen und erfahren werden, die Ebene der abstrakt-logischen Repräsentationen wird jedoch ebenfalls angesprochen.

Zur Auswahl des Obstes sollten den Schülern idealerweise verschiedene (auch weniger bekannte, etwa Mango, Papaya) Früchte zur Verfügung stehen. Diese können sie betrachten, in die Hand nehmen und probieren, wozu es notwendig ist, die ganzen Früchte, bei denen dies gewünscht wird, mit einem Messer in Stücke zu teilen. Anschließend kann gemeinsam entschieden werden, welches Obst in welcher Menge in den Salat kommt. Dieses wird zunächst gewaschen und wenn

nötig geschält. Dann können mehrere Schüler in Kooperation das Obst in Stücke schneiden, wobei sie sich über zu entfernende Teile (Kerne u.a.) und die ungefähre Größe der einzelnen Stücke austauschen sollten. Zum Schneiden können geeignete Messer, aber auch Hilfsmittel wie Eierschneider (beispielsweise für entkernte Aprikosen) benutzt werden. Fertig geschnittenes Obst kann in einer großen Schüssel gesammelt werden. Abschließend wird anhand der Angaben im Rezept (s. Anhang) der Saft einer Zitrone und etwas Zucker darüber gegeben.
Schließlich ist es Aufgabe der Gruppe, den fertigen Obstsalat so auf Schüsselchen zu verteilen, dass alle Schüler und Lehrer der Klasse gleich viel bekommen.
Für einen Schüler auf der Stufe der „Wahrnehmungstätigkeit" steht zunächst das Erkunden der Früchte als Ganzes im Vordergrund – diese bieten vielfältige visuelle, olfaktorische und taktile Sinnesreize. Visuell wahrnehmbar ist das Zerschneiden dieser ganzen Früchte durch die anderen Schüler, das erst das Probieren, also gustatorische Eindrücke, möglich macht. Eventuell kann so der Geschmacks-eindruck eines Stücks Obst der entsprechenden Frucht als Ganzes zugeordnet werden. Weiterhin kann der Schüler vielleicht in Ansätzen selbst ein Ganzes teilen, indem er selbstständig von einem Stück Apfel abbeißt. Die Geräusche, die beim Schneiden durch die anderen Kinder entstehen, und der Geruch, den das Obst dabei verströmt, können die Wahrnehmung des Teilungsvorganges intensivieren und damit zur Bildung einer Orientierungsgrundlage in Bezug auf den Gemeinsamen Gegenstand beitragen.
Auf der Stufe der „manipulierenden Tätigkeit" kann ein Schüler im Sinne einer Orientierungsgrundlage zunächst nachvollziehen, dass und wie die vorliegenden Früchte überhaupt geteilt werden können – und, dass sie (meist) geteilt werden müssen, um davon essen zu können. Auf der materiellen Ebene kann er grundlegende Fähigkeiten zum Teilen eines Ganzen erwerben, indem er in Kooperation mit anderen Schülern verschiedene Obstsorten zerteilt, wobei beispielsweise ein Eierschneider hilfreich sein kann.
Ein Schüler auf der Stufe der „gegenständlichen Tätigkeit" kann vielleicht schon etwas Sicherheit im Umgang mit den verwendeten Messern gewinnen und eventuell darauf achten, das Obst in annähernd gleich große Stücke zu schneiden. Auch hierzu ist die Kommunikation mit anderen Schülern erforderlich, die Auseinander-setzung mit dem Gemeinsamen Gegenstand findet also auch auf lautsprachlicher Ebene statt. Damit wird ein Stück weit von der konkreten Handlung abstrahiert,

wenn beispielsweise diskutiert wird, ob „die Stücke vom Apfel“ „größer“ oder „kleiner“ geschnitten werden sollen.

Ein Schüler, dessen „dominierende Tätigkeit“ das Spiel ist, kann zusammen mit anderen Schülern vielleicht systematische Wege des konkreten Teilens erkennen und verfolgen – beispielsweise könnte er Pflaumen zunächst halbieren und die Hälften nochmals in zwei Hälften teilen, oder eine Zitrone halbieren, um sie auspressen zu können. Wenn der Schüler schon in Ansätzen Objekte zählen kann, kann er vielleicht helfen, das benötigte Obst abzuzählen und beim Verteilen des fertigen Obstsalates registrieren oder „überwachen“, dass in jedes Schälchen gleich viele (in etwa gleich volle) Esslöffel gegeben werden. Größe und Anzahl der Teile eines Ganzen können hier auf Basis konkreter Erlebnisse also vielleicht zu Denkinhalten werden.

Ein Schüler im Bereich des „Lernens“ kann vermutlich das Rezept lesen und in Kooperation mit den anderen Schülern etwa eine Zitrone halbieren, um den Saft auszupressen. Auf Basis von Zahl- und Größenvorstellungen kann der Schüler wahrscheinlich an der Verteilung des Obstsalates auf die Schüsselchen der Schüler mitwirken; vielleicht kann er schätzen, dass zunächst jeder zwei Esslöffel voll bekommt, anschließend nocheinmal einen, und schließlich bleibt vielleicht für jeden noch ein halber Löffel. So wird die jeweils verbliebene Menge Obstsalat stets in gleich große Teile (Esslöffel) geteilt, deren Größe abgeschätzt werden muss. Ausgehend von der fertigen Verteilung des Obstsalates auf die Schüsselchen kann der Schüler vielleicht abschätzen, wie viele Esslöffel Salat in jeder Schüssel sein würden, wenn jeder Schüler seinen Obstsalat mit einem Freund aus einer anderen Klasse teilen würde.

Ein Schüler mit fortgeschrittenem Verständnis von Brüchen kann vielleicht dazu angeregt werden, zu überlegen, warum einer von insgesamt 12 Esslöffeln Obstsalat für jeden „genauso viel“ wäre wie zwei von 24 halb so großen Löffeln, was zur Begründung der Gleichwertigkeit von $\frac{1}{12}$ und $\frac{2}{24}$ (und in der Folge $\frac{4}{48}, \frac{8}{96}, \ldots$) auf der symbolischen Ebene beitragen könnte. Eventuell können dadurch auch Reflexionen über weitere mögliche gerechte Verteilungen auf anschaulicher und symbolischer Ebene angestoßen werden.

Kleine Tische bauen

Bei den meisten handwerklichen Tätigkeiten spielt es eine entscheidende Rolle, welches Maß die hergestellten Teile eines Ganzen haben, um sie nachher zum gewünschten Produkt zusammenbauen zu können (vgl. Kapitel 3.3.2.4). Beim Bauen eines Tisches dagegen ist es weniger wichtig, *wie lang* die Tischbeine genau sind – bedeutsamer ist es, dass sie *gleich lang* sind, damit der Tisch nicht wackelt.

Die wesentlichen Elemente eines kleinen Tisches (vielleicht als „Nacht-“ oder „Fernsehtisch“ für die Schüler) können die Schüler beim Betrachten geeigneter Tische sicherlich selbst erkennen: Man braucht eine Tischplatte und vier Beine pro Tisch. Davon ausgehend kann überlegt werden, wie dies aus einer großen Holzplatte (in einer Größe, die sich möglichst der Zahl der Schüler entsprechend restlos in gleich große Quadrate zerlegen lässt) und 2 m langen Kanthölzern (pro Schüler eines) hergestellt werden kann. Zunächst muss errechnet werden, wie die vermessene große Platte restlos in genügend gleich große Quadrate (deren Größe nicht näher vorgegeben ist) zerteilt werden kann; dabei können auch maßstabsgetreue Skizzen hilfreich sein. Aufgrund der Größe der Platte wird es anschließend notwendig sein, dass eine Lehrperson die einzelnen Tischplatten an einer großen Säge zuschneidet. Die Länge der Tischbeine kann dann beispielsweise errechnet werden, indem die Anzahl der Schüler mit 4 multipliziert wird (4 Tischbeine pro Schüler) und dann die Gesamtmeter der vorhandenen Kanthölzer durch diese Gesamtzahl benötigter Beine geteilt wird (Beispiel: 4 Beine · 6 Schüler = 24; 12 m : 24 = ½ m). Alternativ kann jedes Kantholz in vier gleich lange Teile geteilt werden; anstelle eines Maßbandes kann dazu eine Schnur benutzt werden, die geschickt in vier gleich lange Abschnitte geknickt wird. Die Tischbeine können wohl größtenteils von den Schülern selbst gesägt werden, auch hier können Gehrungssägen mit ihrem festen Anschlag eine gute Hilfe darstellen. Schließlich muss mithilfe einer Schablone in jedes Tischbein sowie die entsprechenden Stelle der Tischplatte ein Loch gebohrt werden (auch dabei wird wohl eine Lehrperson helfen müssen), um Platte und Beine mit Dübeln verbinden und verleimen zu können. Abschließend können die Schüler ihre Tische in ihren Wunschfarben lackieren.

Die möglichen Lerninhalte im Sinne des Gemeinsamen Gegenstandes für einen Schüler auf der Stufe der „Wahrnehmung“ sind im Wesentlichen die gleichen wie beim Bauen der „Tannenbäume“. Vor allem in Form des Sägens kann der Vorgang der Teilung für den Schüler erfahrbar werden anhand der Vielzahl dabei entstehender Wahrnehmungseindrücke: Es staubt, es ist (insbesondere an der maschinellen Säge des Lehrers) laut, abgesägte Tischbeine fallen herunter, eventuell riecht es nach verbranntem Holz.[2] Eventuell kann der Schüler mit Unterstützung dabei helfen, zunächst die langen Kanthölzer und dann die daraus gesägten Tischbeine zu einem Arbeitsplatz zu tragen und so den Unterschied zwischen dem Ganzen und seinen Teilen anhand des Gewichts und der Größe spüren.

Ähnliche Eindrücke sind wohl auch einem Schüler auf der Stufe der „manipulierenden Tätigkeit“ möglich. Vielleicht ist er auch in der Lage, selbst aktiv beim Sägen mitzuhelfen und es damit selbst als Tätigkeit zu erleben, deren Resultat umso eindrücklicher wirken kann (beispielsweise, wenn das Tischbein kurz vor dem Ende des Sägevorgangs überraschend abbricht und herunterfällt). Somit kann sich dem Schüler der Prozess des Sägens beziehungsweise des Teilens als eine produktive Tätigkeit erschließen, durch die ein bestimmtes Ziel erreicht werden kann – seine Orientierungsgrundlage würde dadurch um ein wichtiges Element erweitert.

Ein Schüler auf der Stufe der „gegenständlichen Tätigkeit“ kann möglicherweise aufgrund seiner Erfahrung mit produktiven Tätigkeiten bereits die Idee äußern, die langen Kanthölzer irgendwie in kleinere Teile für die Tischbeine zu zerlegen; der dann tatsächlich durchgeführte Prozess des Sägens kann diese in Ansätzen vorhandene Vorstellung, dass ein Ganzes in Teile zerlegbar ist, vermutlich festigen. Dabei kann der Schüler den Umgang mit der Säge als Werkzeug üben. Indem er das Sägen als produktive Tätigkeit mit Bezug zu ihrem Ergebnis betrachten kann, wird ihm möglicherweise begreiflich, dass die Tischbeine gleich lang sein müssen; dieser Aspekt der Orientierungsgrundlage in Bezug auf den Gemeinsamen Gegenstand wird also hervorgehoben.

Ein Schüler auf der Stufe des „Spiels“ kann vielleicht schon in die Planung einbringen, dass die Tischbeine aus den Kanthölzern gesägt werden können und dass sie gleich lang sein müssen. Auf Basis möglicherweise vorhandener Größenvorstellungen könnte er dazu beitragen, auch ohne Maßband einen Weg zum Halbieren der langen Kanthölzer zu finden, die materielle Handlung des Teilens würde also zunehmend durchdacht und systematisiert und damit verinnerlicht.

Das Problem, aus den Kanthölzern gleich lange Tischbeine herzustellen, könnte von einem Schüler auf der Ebene des „Lernens“ vermutlich auf mathematischem Wege

[2] Auch hier ist nicht auszuschließen, dass infolge dieser doch sehr massiven Reize auch negative Assoziationen beim Schüler entstehen. Auf entsprechende Unmutsäußerungen seinerseits muss natürlich reagiert werden.

angegangen werden – etwa, indem für sechs Tische gerechnet wird: 12 m : (4·6) oder 2 m : 4 (s.o.). In beiden Fällen dürften Irritationen darüber auftreten, dass der Divisor größer ist als der Dividend; die Lösung kann entweder durch Zurückgreifen auf die nächstkleinere Einheit (50 cm) oder möglicherweise mit „ein halber Meter“ oder „die Hälfte von einem Meter“ benannt werden. Gelingt eines von beiden, kann dies vielleicht die Orientierungsgrundlage des Schülers dahingehend erweitern, dass auch Ganze, bei denen dies auf mathematischer Ebene bisher nicht möglich war, geteilt werden können, und damit eine implizite Vorbereitung auf den Bruchzahlaspekt „Teil vom Ganzen“ darstellen. Alternativ kann die angebotene Schnur zu Hilfe genommen werden; dabei dürfte die Bestimmung und Benennung des Ergebnisses mangels Maßen in noch engerem Zusammenhang zu Brüchen stehen (vielleicht als „1., 2., 3. und 4. Teil“, u.a.).
Die Bestimmung der Größe der Tischplatten auf symbolischer oder ikonischer Ebene setzt arithmetisches und geometrisches Wissen voraus, über das wahrscheinlich erst Schüler verfügen, die im schulischen Lernen weiter fortgeschritten sind (vgl. MfSJK NRW 2004, S.21). Reines Rechnen hilft hier jedoch nicht weiter, da die errechnete Fläche einer kleinen Tischplatte noch nicht ausreicht, um die konkrete Zerlegung der großen Holzplatte zu bestimmen, das Rechnen muss hier also stets in Bezug zum anschaulichen Objekt gesetzt werden. Dadurch wird das Teilen eines Ganzen in gleich große Teile, ob diese nun bereits mit Brüchen benannt werden oder nicht, konsequent auf die anschauliche Ebene bezogen, was das Verständnis für die entsprechende symbolische Operation festigen kann.

III. Rezept zu 3.3.2.1: Apfelkuchen

Apfelkuchen mit Streuseln

Zutaten:

500 g Mehl

250 g Margarine

200 g Zucker

1 Päckchen Backpulver

1 Päckchen Vanillinzucker

1 Ei

1 Prise Salz

6 Äpfel

Apfelkuchen mit Streuseln

So geht's:

Teig

Zuerst werden die Margarine, der Zucker, das Päckchen Vanillinzucker und das Salz in eine Rührschüssel gegeben und mit dem Mixer gut durchgerührt. Dann wird das Ei in die Schüssel geschlagen und mit den anderen Zutaten gemischt.

Zuletzt kommen das Mehl und das Backpulver dazu.

Das Ganze wird so lange mit dem Mixer durchgerührt, bis ein glatter Teig entstanden ist.

Dieser Teig muss in drei gleich große Teile geteilt werden.

Zwei von diesen Teilen können wieder zu einem Klumpen zusammengeknetet werden. Daraus entsteht der Boden des Kuchens. Wenn die Springform mit Margarine eingefettet wurde, wird dieser Teig in der Form verteilt.

Am Ende müssen der Boden und die Seiten der Form von einer Teigschicht bedeckt sein, die überall ungefähr gleich dick ist.

Das dritte Stück Teig wird mit den Händen zu kleinen Stücken zerbröselt. Diese Stücke sind die Streusel und können erst einmal in der Schüssel bleiben.

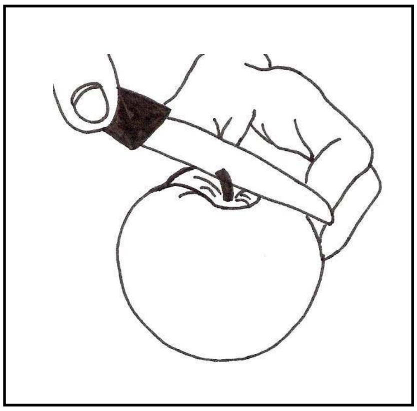
<u>Apfelkuchen mit Streuseln</u>

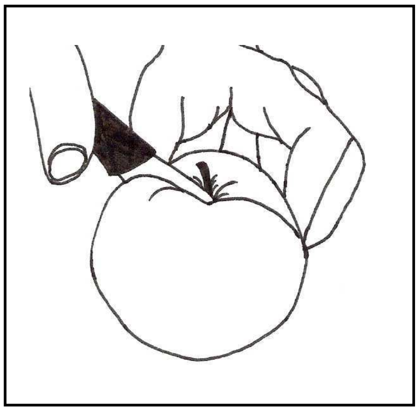
<u>Äpfel</u>

Die Äpfel werden zuerst geschält.

Anschließend wird jeder Apfel in acht gleich große Teile geschnitten. Dabei wird immer von oben nach unten geschnitten.

Der erste Schnitt beginnt so:





Aus jedem Apfelstück wird schließlich noch das Kerngehäuse herausgeschnitten.

Dann werden die Stücke auf dem Teig in der Form verteilt, so dass der ganze Boden mit Apfelstücken bedeckt ist. Anschließend werden die Streusel darüber gestreut.

Der Kuchen wird 60 Minuten lang bei 150°C gebacken.

IV. Rezept zu 3.3.2.1: Pflaumenkuchen

Pflaumenkuchen mit Streuseln

Zutaten:

500 g Mehl

250 g Margarine

200 g Zucker

1 Päckchen Backpulver

1 Päckchen Vanillinzucker

1 Ei

1 Prise Salz

30 Pflaumen

Pflaumenkuchen mit Streuseln

So geht's:

Teig

Zuerst werden die Margarine, der Zucker, das Päckchen Vanillinzucker und das Salz in eine Rührschüssel gegeben und mit dem Mixer gut durchgerührt. Dann wird das Ei in die Schüssel geschlagen und mit den anderen Zutaten gemischt.

Zuletzt kommen das Mehl und das Backpulver dazu.

Das Ganze wird so lange mit dem Mixer durchgerührt, bis ein glatter Teig entstanden ist.

Dieser Teig muss in drei gleich große Teile geteilt werden. Zwei von diesen Teilen können wieder zu einem Klumpen zusammengeknetet werden. Daraus entsteht der Boden des Kuchens. Wenn die Springform mit Margarine eingefettet wurde, wird dieser Teig in der Form verteilt.

Am Ende müssen der Boden und die Seiten der Form von einer Teigschicht bedeckt sein, die überall ungefähr gleich dick ist.

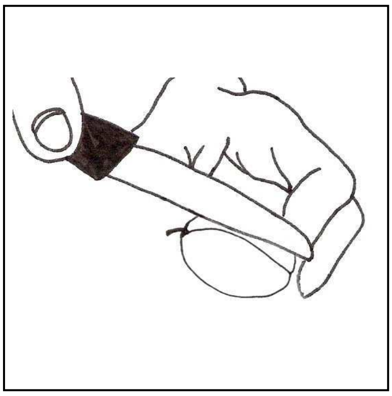
Das dritte Stück Teig wird mit den Händen zu kleinen Stücken zerbröselt. Diese Stücke sind die Streusel und können erst einmal in der Schüssel bleiben.

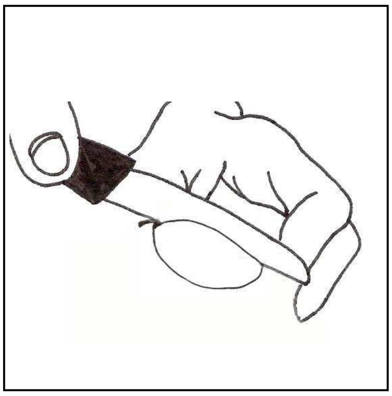
Pflaumenkuchen mit Streuseln

Pflaumen

Die Pflaumen müssen zuerst gewaschen werden.

Anschließend wird jede Pflaume in der Mitte aufgeschnitten, und zwar von oben nach unten, nämlich so:





Die Pflaumensteine werden herausgenommen.

Dann wird jede Pflaume in zwei gleich große Teile geschnitten.

Diese Pflaumenhälften werden auf dem Teig in der Form verteilt, so dass der ganze Boden mit Pflaumenhälften bedeckt ist. Anschließend werden die Streusel darüber gestreut.

Der Kuchen wird 60 Minuten lang bei 150°C gebacken.

V. **Rezept zu 3.3.2.2: „Schwarz-Weiß-Plätzchen“**

<u>Schwarz-Weiß-Plätzchen</u>

Zutaten:

250 g Mehl 

125 g Margarine 

165 g Zucker 

1 Teelöffel Backpulver 

1 Päckchen Vanillinzucker 

1 Ei 

1 Esslöffel Kakao 

1 Esslöffel Milch 

Schwarz-Weiß-Plätzchen
So geht's: Man braucht eine saubere Fläche auf dem Tisch. Als erstes wird das Mehl und das Backpulver darauf geschüttet. Beides wird zu einem runden Haufen zusammengeschoben. In die Mitte des Mehlhaufens wird eine Vertiefung gedrückt. Dann wird das Ei aufgeschlagen und in diese Vertiefung gegeben, dazu kommen 150 g Zucker und der Vanillinzucker. Das Ei und der Zucker werden mit einer Gabel vermischt. Dann wird die Margarine dazu gegeben. Mit den Händen wird die Margarine mit dem Ei, dem Zucker und dem Mehl verknetet. Das Ganze wird so lange geknetet, bis ein glatter Teig entstanden ist. Dieser Teig wird dann in zwei gleich große Teile geteilt. Ein Teil wird mit einem Nudelholz auf dem Tisch flach ausgerollt. In einer Schüssel wird der Kakao gemischt mit 15 g Zucker und einem Esslöffel Milch. In diese Schüssel wird dann der zweite Teigklumpen gegeben. Alles wird verknetet, bis der Teig in der Schüssel ganz dunkel gefärbt ist. Dann wird der dunkle Teig auch mit dem Nudelholz ausgerollt. Er soll ungefähr so groß werden wie der andere ausgerollte Teig.

Schwarz-Weiß-Plätzchen

Nun hat man zwei Teigfladen, einen hellen und einen dunklen.
Diese beiden Teigfladen werden vorsichtig übereinander gelegt, so dass ein dicker Teigfladen entsteht.
Dieser dicke Teigfladen wird zu einer Rolle zusammengerollt.

Nun wird ein Backblech mit etwas Margarine eingefettet. Dann schneidet man mit einem Messer vorsichtig Scheiben von der Teigrolle ab. Diese Scheiben werden die Plätzchen. Sie sollen alle ungefähr gleich dick sein, nämlich ungefähr so dick wie ein Finger.
Die Scheiben werden flach nebeneinander auf das Backblech gelegt. Wenn es voll ist, wird es in den Backofen geschoben.

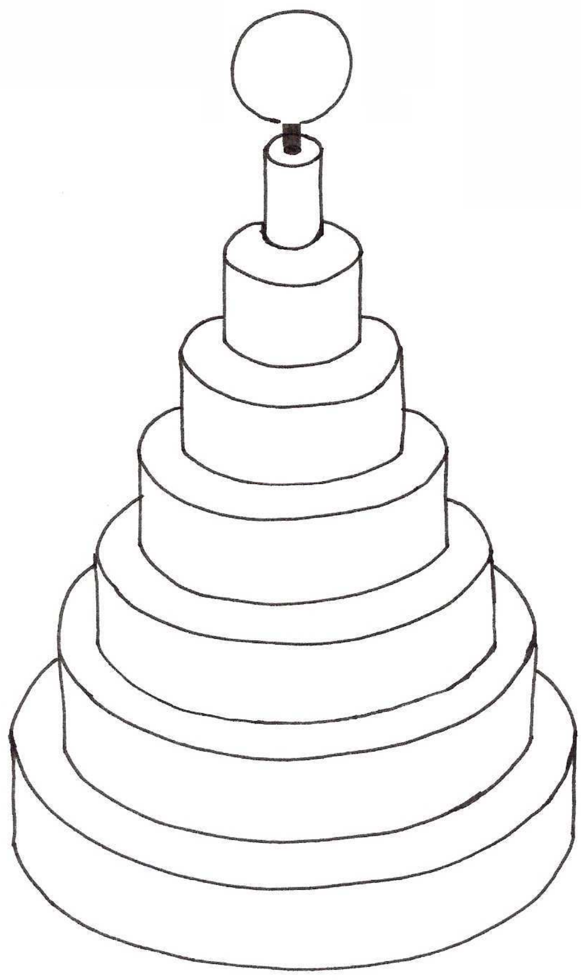
Die Plätzchen werden 15 Minuten lang bei 150°C gebacken. Danach müssen sie etwas abkühlen, bis sie vom Blech genommen werden können.

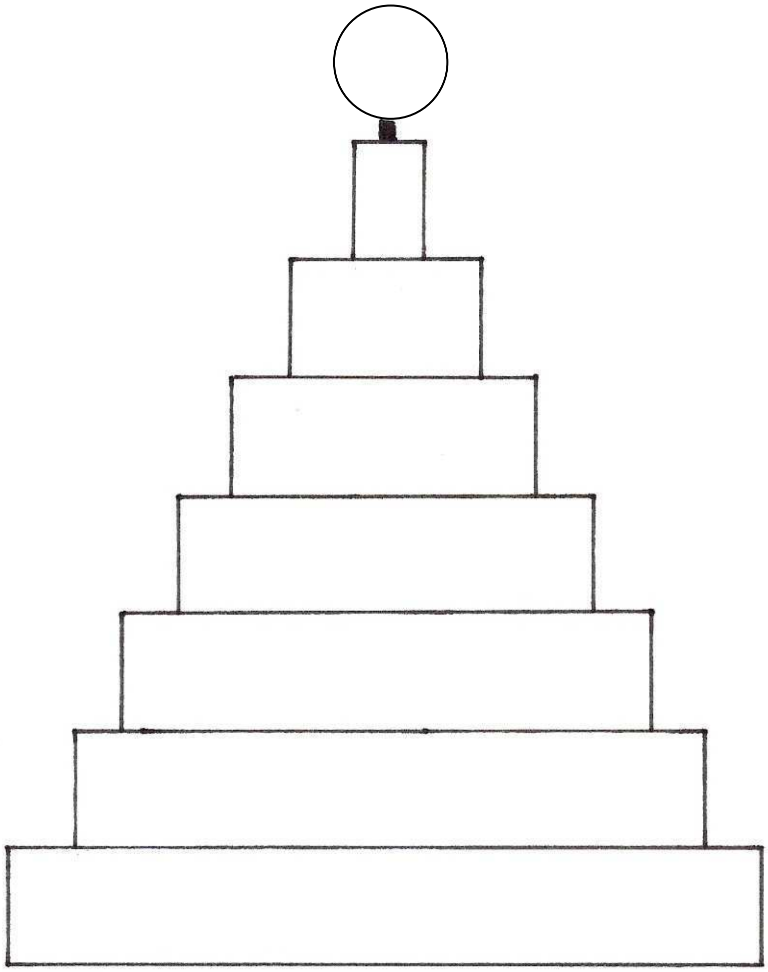
VI. Erläuterung und Skizzen zu 3.3.2.4: „Tannenbäume“

Benötigtes Material:

- Rundhölzer mit den Durchmessern 20 cm, 17 cm, 14 cm, 11 cm, 8 cm, 5 cm, 2 cm (natürlich auch andere Abstufungen möglich);
  Länge der Rundhölzer entsprechend der Anzahl zu bauender „Tannenbäume“ wählen, so dass möglichst kein Verschnitt übrig bleibt
- Holzstab mit Durchmesser 0,5 cm; Länge wie oben wählen
- Pro Baum eine Holzkugel (Durchmesser ca. 3 cm) oder ein vorgefertigter Holzstern u.a.
- Farbe zum Lackieren des Baums und der Spitze
- Holzleim

Skizzen:





(Maßstabsgetreue Seitenansicht, Maßstab 1:2)

Maße im Original:

- Dicke der Scheiben: 3 cm; Durchmesser wie oben angegeben
- Länge des Mittelstabes: 20 cm
- Tiefe der Bohrung in unterster Scheibe und Kugel: Je ca. 0,7 cm

VII. Rezept: Pizza

Pizza

Zutaten für 3 runde Pizza-Bleche:

750 g Mehl

150 g Margarine

3 Päckchen Trockenhefe

350 ml Milch

etwas Salz

1000 g Passierte Tomaten

1 Stück Käse

Pizza

Die Zutaten für den Pizzabelag sind frei wählbar,
zum Beispiel:
Tomaten, Paprika, Thunfisch, Champignons, Zwiebeln,
Schinken, Salami, Mais, Ananas, und noch viel mehr...

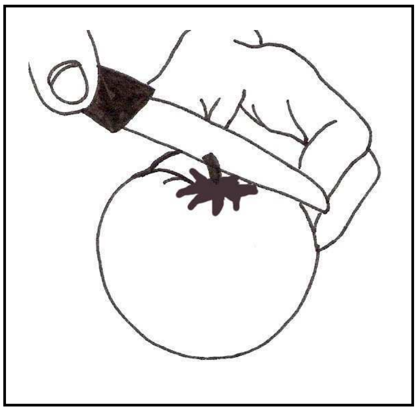
Pizza
So geht's: <u>Teig</u> Zuerst werden das Mehl und die Trockenhefe in eine Schüssel gegeben und gut vermischt. Die Milch muss kurz warm gemacht werden. Dann werden die Milch, die Margarine und eine Prise Salz in die Schüssel gegeben. Das Ganze wird mit einem Mixer gut durchgeknetet, so dass ein glatter Teig entsteht. Der Teig wird dann mit einem Tuch zugedeckt und ungefähr 15 Minuten an einem warmen Ort stehen gelassen. Danach wird etwas Mehl auf einer sauberen Tischplatte verteilt. Darauf legt man den Teig. Der Teig wird mit den Händen gut durchgeknetet. Anschließend wird der große Teigklumpen in drei gleich große Stücke geteilt, für jedes Pizzablech eines. Jedes Teigstück wird mit einem Nudelholz ausgerollt, so dass es so rund und so groß ist wie das Pizzablech. Wenn man das Pizzablech mit etwas Margarine eingefettet hat, wird der Pizzateig darauf gelegt. Dann wird der Teig mit einem Löffel mit Tomatensauce bestrichen.

Pizza

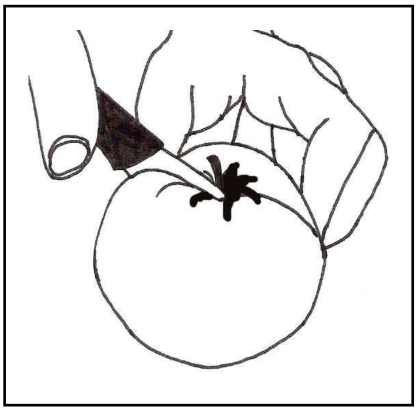
Belag

Die Zutaten für den Belag werden zuerst gewaschen. Bei manchen Zutaten muss man dann den Stiel und die Kerne herausschneiden, zum Beispiel bei Paprika oder Tomaten.

Dann müssen die Zutaten auf einem Schneidebrett in Stücke geschnitten werden.
Die Stücke sollen so groß sein, dass man sie gut essen kann.
Am besten werden die Stücke in einer Schüssel gesammelt.



Dann wird der Teig, auf dem schon die Tomatensauce ist, mit den Zutaten belegt.
Am Ende reibt man mit der Käsereibe Käse. Der Käse wird dann auf alle Pizzen gestreut.



Wenn die Pizzen alle fertig belegt sind, werden sie 30 Minuten lang bei 200°C gebacken.

VIII. Rezept: Obstsalat

Obstsalat

Zutaten:

Obst
(zum Beispiel Äpfel, Bananen, Pflaumen, Orangen, Mangos, Papayas, Kirschen, Kiwis, Birnen, ….)

eine Zitrone

1 Teelöffel Zucker

So geht's:

Das Obst muss zuerst gründlich gewaschen werden.
Manches Obst muss man außerdem schälen.

Dann wird das Obst auf einem Schneidebrett in Stücke geschnitten. Dabei muss bei manchem Obst das Kerngehäuse oder der Stein entfernt werden (zum Beispiel bei Äpfeln oder Pflaumen).
Die Stücke, in die das Obst zerschnitten wird, müssen so groß sein, dass man sie gut essen kann.
Außerdem sollen alle Stücke ungefähr gleich groß sein.

Alle Obststücke werden in einer Schüssel gesammelt.
Dann wird die Zitrone ausgepresst. Der Saft wird über dem Obst verteilt. Außerdem wird ein Teelöffel Zucker über dem Obstsalat verstreut.
Schließlich muss der Obstsalat noch einmal gut durchgemischt werden.

IX. Danksagung

Ich danke Ulli. Auch wenn dies hier keine Doktorarbeit ist – Danke für den Laptop, auf dem sie geschrieben wurde!

Ich danke meinen Eltern für die Ratschläge, für die Rezepte und für ihre Unterstützung, und nicht zuletzt für die Korrektur dieser Arbeit.

Und ich danke Lea für ihre Unterstützung und für den besonderen Bibliotheksservice.

X. Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich die schriftliche Hausarbeit – einschließlich beigefügter Zeichnungen, Kartenskizzen und Darstellungen – selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Alle Stellen der Arbeit, die dem Wortlaut oder dem Sinne nach anderen Werken entnommen sind, habe ich in jedem Fall unter Angabe der Quelle deutlich als Entlehnung kenntlich gemacht.

Köln, den 09. November 2010

Jonathan Plaßmann